Diapos réalisées par Jérôme Kasparian

Cinématique

Décrire les mouvements sans s’occuper des causes

Kane chapitres 1, 2 ; Hecht chapitres 2, 3

Trajectoire

Donner rendez-vous : QUAND et OÙ

Décrire le mouvement : définir la trajectoire : Où est l'objet considéré à chaque instant *t :*

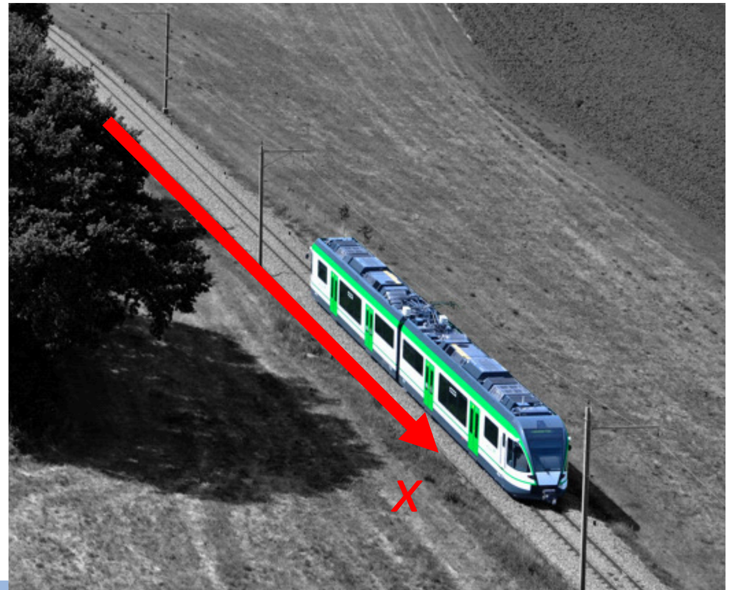
$$x = f(t)\text{, aussi noté } x(t)$$

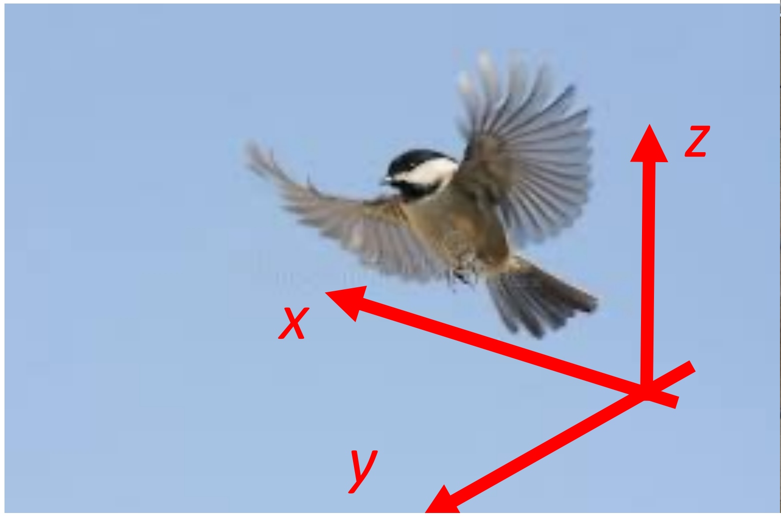
On peut en déduire la vitesse, l'accélération. Ou inversement.

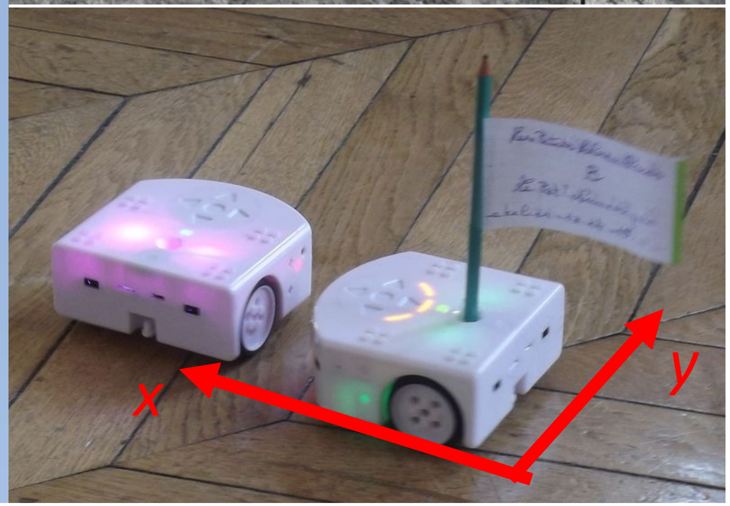
Nombre de dimensions

Les contraintes physiques définissent le nombre de coordonnées :

- 1 dimension (train) : 1 coordonnée *x* (le long de la ligne) + temps *t*
- 2 dimensions (robot) : 2 coordonnées *x*, *y* (latitude, longitude) + temps *t*
- 3 dimensions (oiseau) : 3 coordonnées altitude) + temps *t*





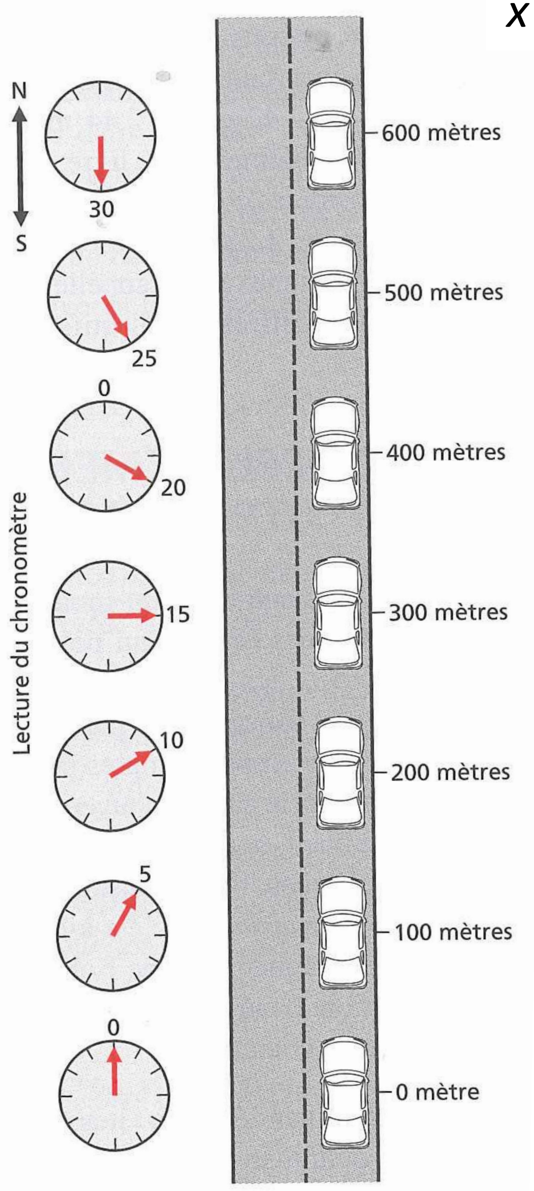


Mouvement à une dimension

A chaque instant, on note la position le long de la trajectoire :

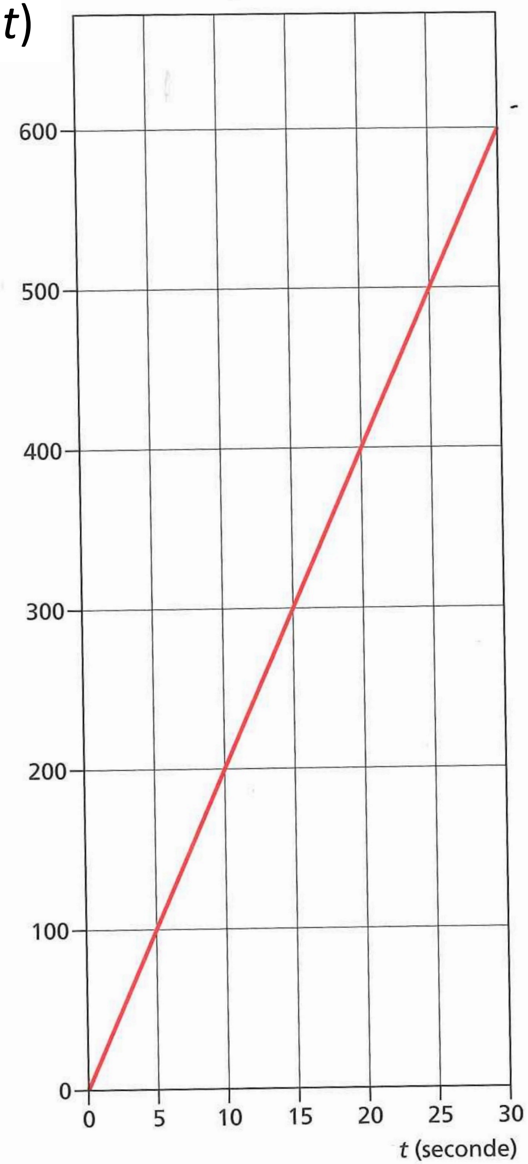
$x(t) = f(t)$

Cf. courbe représentative d'une fonction $y = f(x)$



(a)

$x = f(t)$



(b)

Vitesse et accélération à 1D

On définit la vitesse *v* : variation de la position *x*

- vitesse moyenne : $\boxed{\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$
- vitesse instantanée : $\boxed{v(t_1) = \lim_{\Delta t \to 0} \left.\frac{\Delta x}{\Delta t}\right|_{t=t_1} = \left.\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right|_{t=t_1}}$

Notation plus compacte : *v* (*t*) = *f* ’(*t*) = *x* ’(*t*)

De même, on définit l’accélération *a* : variation de la vitesse

– accélération moyenne : $\boxed{\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$

– accélération instantanée *a*(*t*) = *v* ’(*t*) = *x* ’’(*t*) = *f* ’’(*t*) : $\boxed{a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}}$

Exercice

1. Quelle vitesse compte pour savoir si je vais arriver à l’heure ?

A. La vitesse moyenne

B. La vitesse instantanée

2. Quelle vitesse compte pour savoir si je vais déclencher le radar ?

C. La vitesse moyenne

D. La vitesse instantanée

Valeurs relatives

Vitesse négative = reculer

Accélération négative = ralentir (ou reculer plus vite !)

Altitude négative = sous le niveau de la mer

Déplacement négatif vers la droite = déplacement vers la gauche

Échauffement négatif = refroidissement

Recevoir une énergie négative = perdre de l'énergie

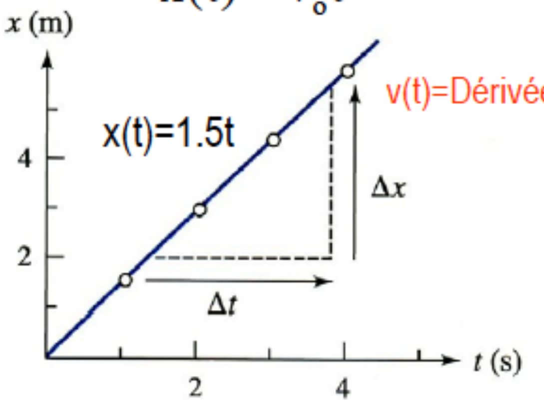
etc.

Inverser l'orientation de l'axe : inverser le signe MAIS même phénomène physique

Cas particuliers de mouvement à 1 dimension

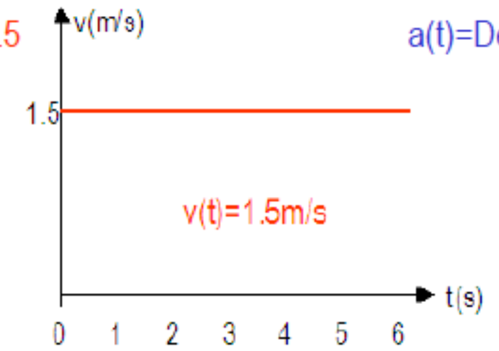
Mouvement rectiligne uniforme

$$x(t) = v_o t$$



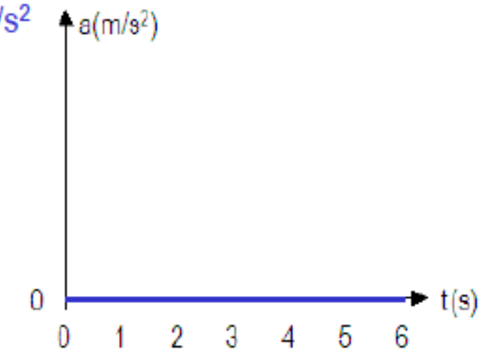
v(t)=Dérivée de x(t)=1.5

$$v(t) = v_o$$



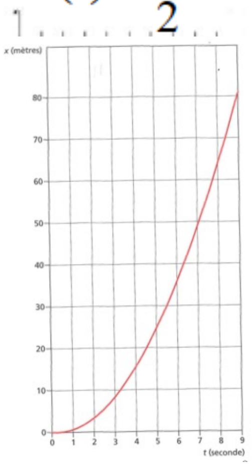
a(t)=Dérivée de v(t)=0 m/s²

$$a=0$$



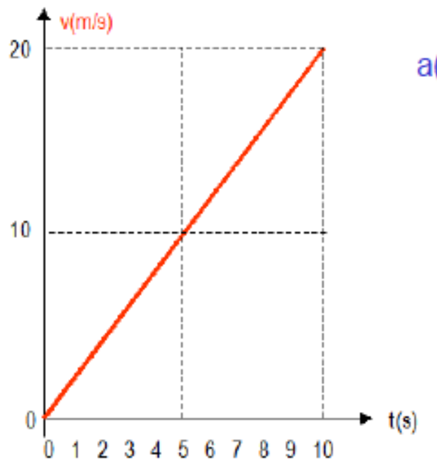
Mouvement rectiligne uniformément accéléré

$$x(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$



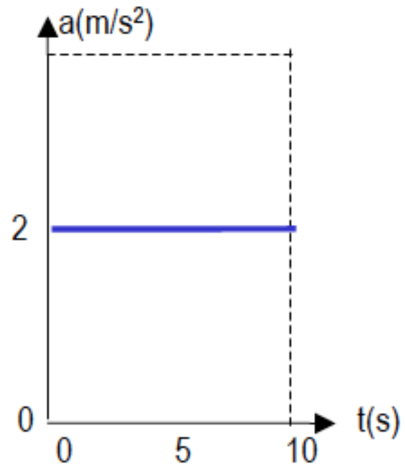
v(t)=Dérivée de x(t)=2t

$$v(t) = a \cdot t$$



a(t)=Dérivée de v(t)=2 m/s²

$$a = 2\ m/s^2$$



Mouvement uniformément accéléré

$a(t) = a$

On intègre $a(t)$:

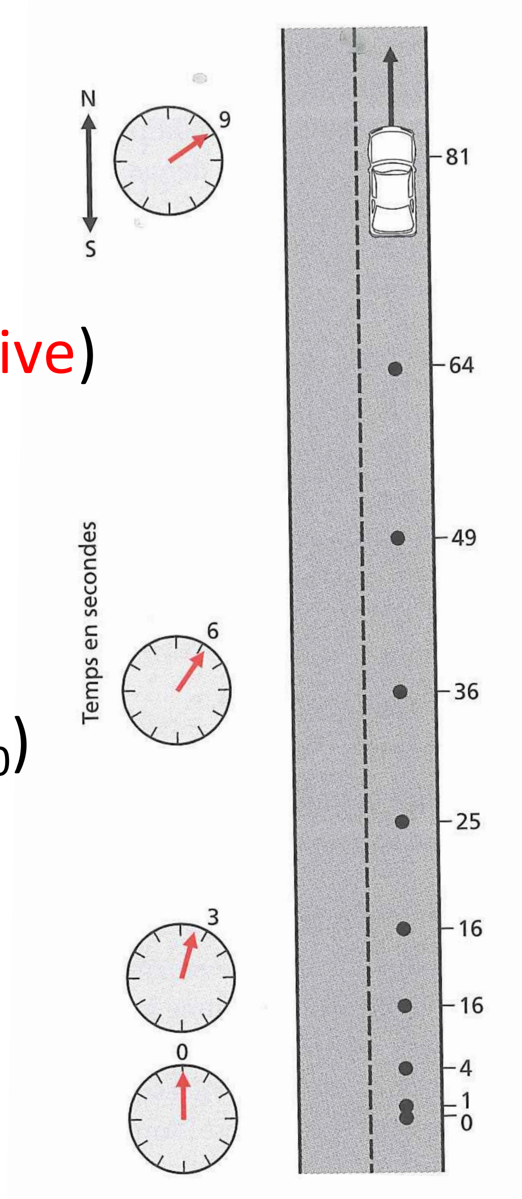
(= on prend la primitive)

$v(t) = v(t_0) + a\cdot(t\text{-}t_0)$,

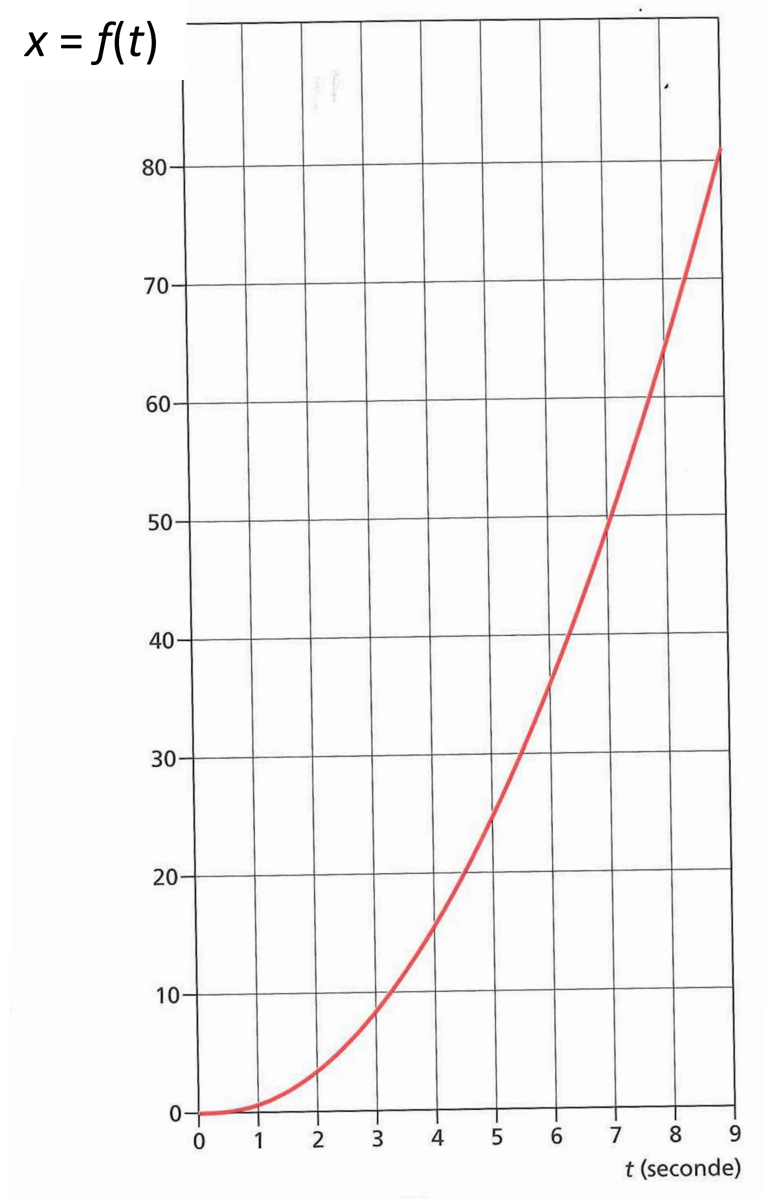
On intègre $v(t)$

$x(\mathrm{t}) = x(t_0) + v(t_0)\cdot(t\text{-}t_0) + \frac{1}{2}\, a\cdot(t\text{-}t_0)^2$

t_0 : instant initial



(a)



(b)

Exercice

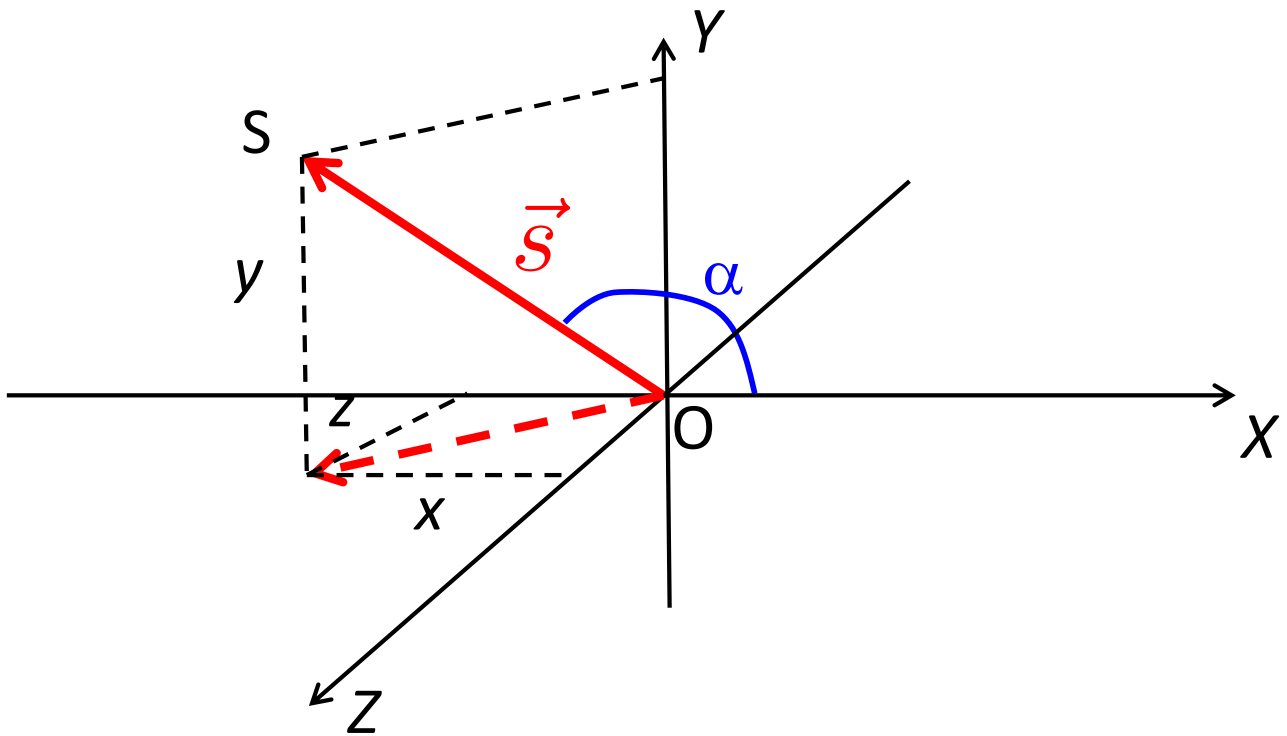
Dans un mouvement uniformément accéléré :

A. La vitesse peut être constante
B. La vitesse peut diminuer
C. La vitesse peut augmenter
D. La vitesse peut changer de direction

Mouvement à 3 dimensions

À chaque instant, position vectorielle $\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$

3 coordonnées au lieu d'une : on traite chaque coordonnée *indépendamment*



Vitesse à 3 dimensions

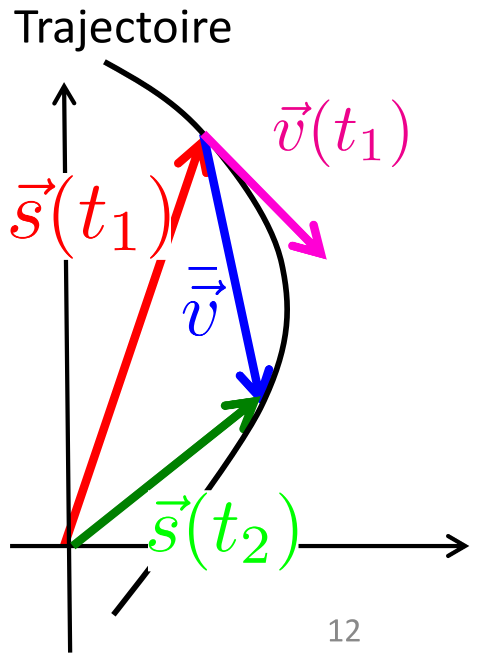
Vitesse moyenne : parallèle à la corde de la trajectoire

$$\vec{\bar{v}} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ \frac{\Delta y}{\Delta t} \\ \frac{\Delta z}{\Delta t} \end{pmatrix} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$$

Vitesse instantanée, tangente à la trajectoire

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{pmatrix} = \vec{s}\,'(t)$$

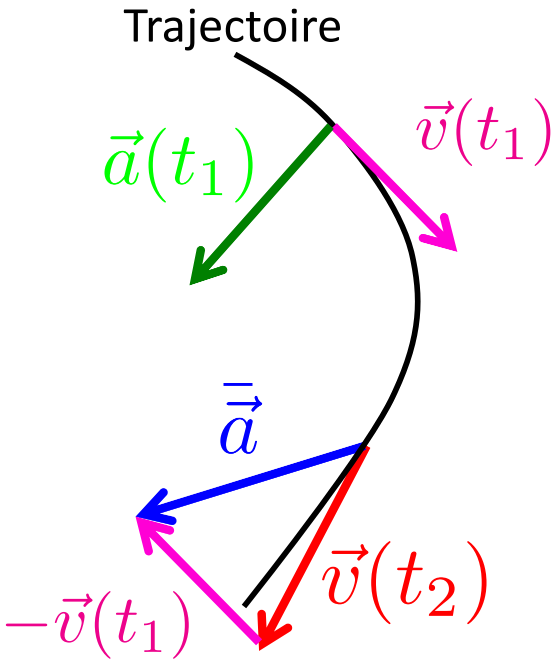
Sans précision : généralement vitesse instantanée



Accélération à 3 dimensions

Accélération moyenne

$$\vec{\bar{a}} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \\ \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \\ \frac{\Delta v_z}{\Delta t} \end{pmatrix} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$



Accélération instantanée

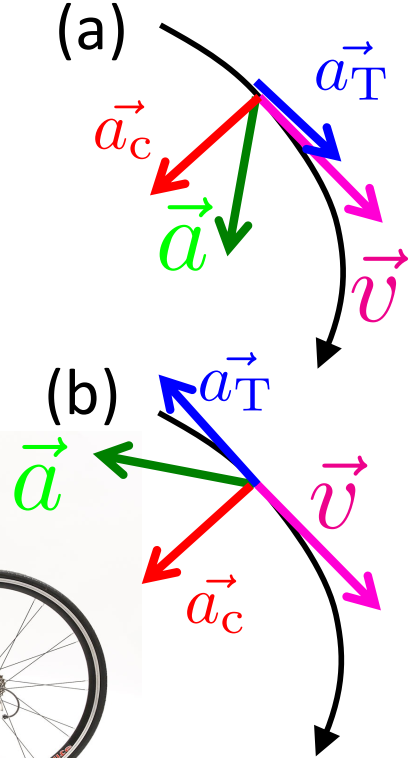
$$\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} v'_x(t) \\ v'_y(t) \\ v'_z(t) \end{pmatrix} = \vec{v}\,'(t)$$

L'accélération est *toujours vers l'intérieur* de la trajectoire

Accélération à 3 dimensions

Changer la vitesse d'un vélo :

- Guidon (direction) : Accélération « centripète » $\vec{a_{\mathrm{c}}}$ vers le centre de la courbure
- Freins / pédales : Accélération tangentielle $\vec{a_{\mathrm{T}}}$: agit sur $||\vec{v}||$
  - Vers l'arrière si $||\vec{v}||$ diminue ~~(a)~~(b)
  - Vers l'avant si $||\vec{v}||$ augmente ~~(b)~~(a)



Accélération totale :

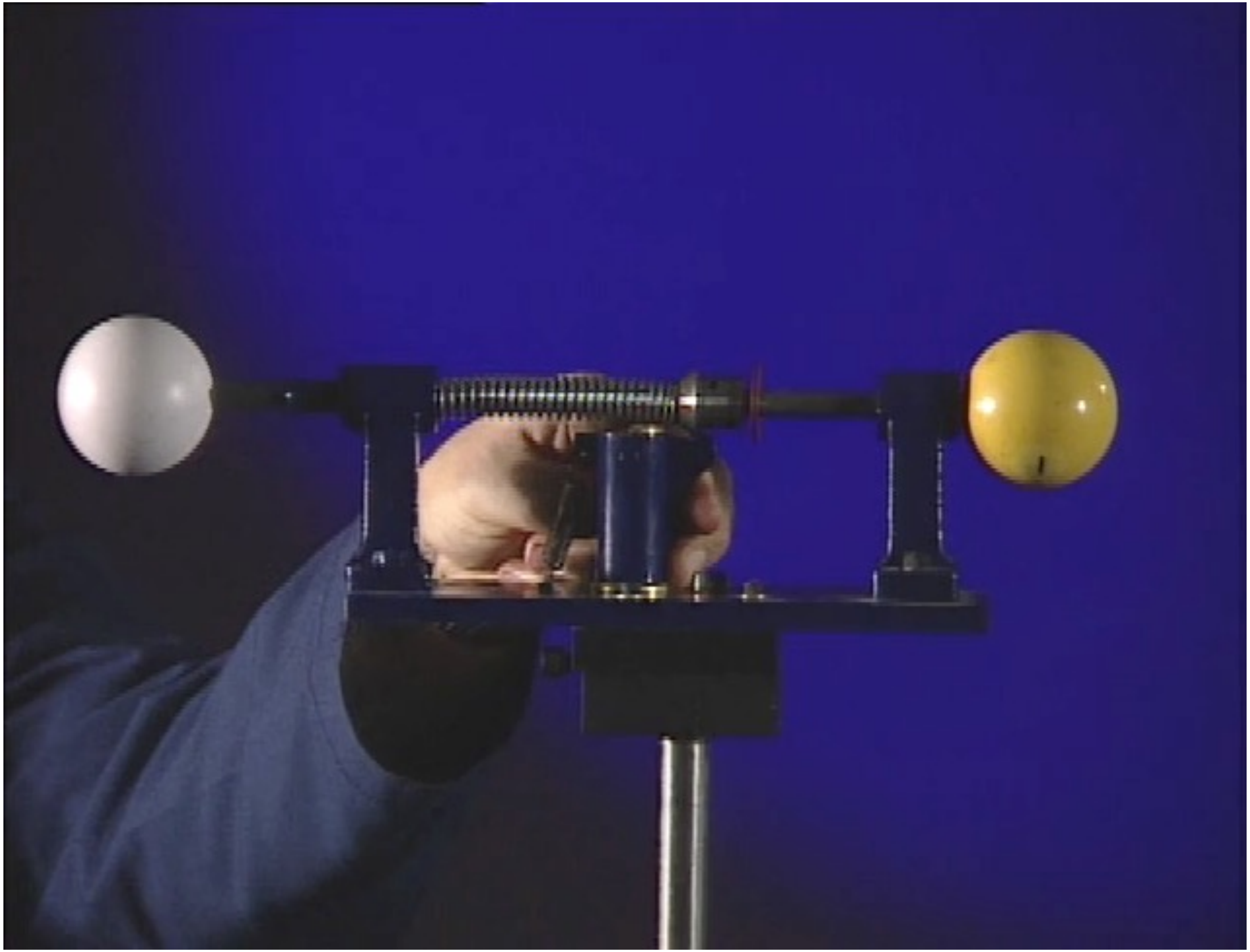
$$\vec{a} = \vec{a_{\mathrm{T}}} + \vec{a_{\mathrm{c}}}$$

Cas particulier :

trajectoire rectiligne : accélération parallèle à la trajectoire

- Même sens si la vitesse augmente
- Sens opposé si la vitesse diminue (ralentissement)

Exercice



Exercice

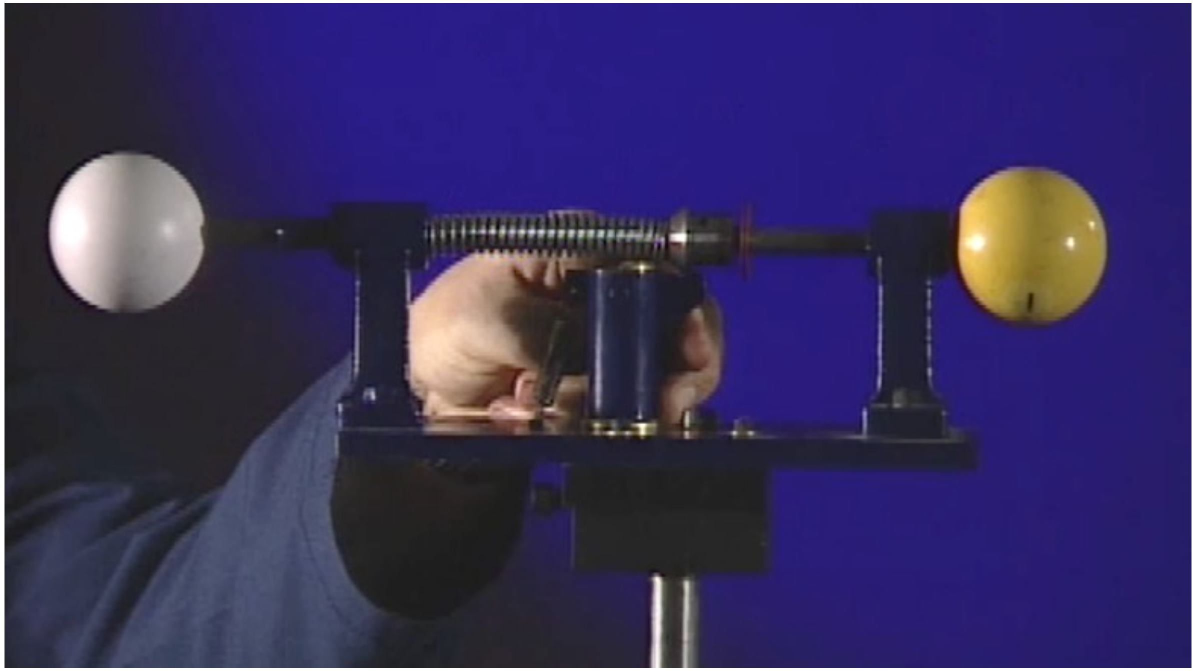
1. Quelle balle arrive au sol la première ?

A. La blanche

B. La jaune

C. Les deux arrivent en même temps

D. Ça dépend de leur masse



Mouvement uniformément accéléré à 3 dimensions

L'accélération $\mathbf{a} \equiv \vec{a}$ est constante. On note t_0 le moment où le mouvement débute.

Comme à une dimension, on intègre deux fois (*a*, puis *v*) :

$$\vec{v}(t) = \vec{v}(t_0) + \vec{a} \cdot (t - t_0)$$
$$\vec{s}(t) = \vec{s}(t_0) + \vec{v}(t_0) \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a} \cdot (t - t_0)^2$$

Tout se passe dans le plan défini par $(\vec{v}(t_0), \vec{a})$

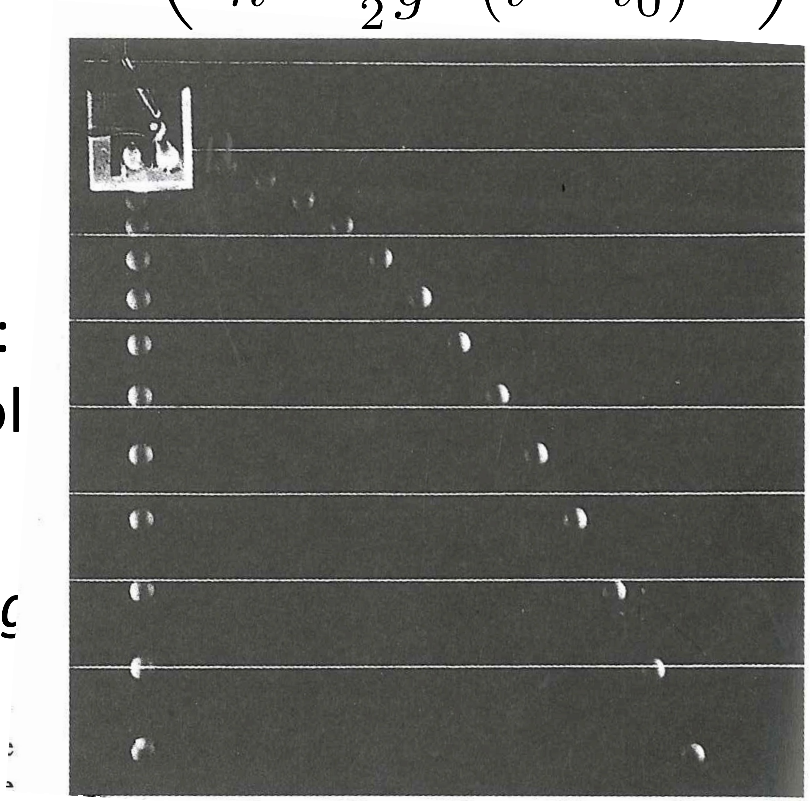
On peut se ramener à un mouvement à deux dimensions

Mouvement uniformément accéléré à 2 dimensions

Par exemple, si on suppose

$$\vec{a} = \vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}, \quad \vec{v_0} = \begin{pmatrix} v_0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{s_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix}$$

Comme à 1 ou 3D, on intègre deux fois : $\vec{s} = \begin{pmatrix} v_0 \cdot (t - t_0) \\ h - \frac{1}{2} g \cdot (t - t_0)^2 \end{pmatrix}$



t_0 : instant où le mouvement démarre

Mouvement vertical indépendant de v_0 :
les balles arrivent en même temps au sol

Mouvement horizontal indépendant de g

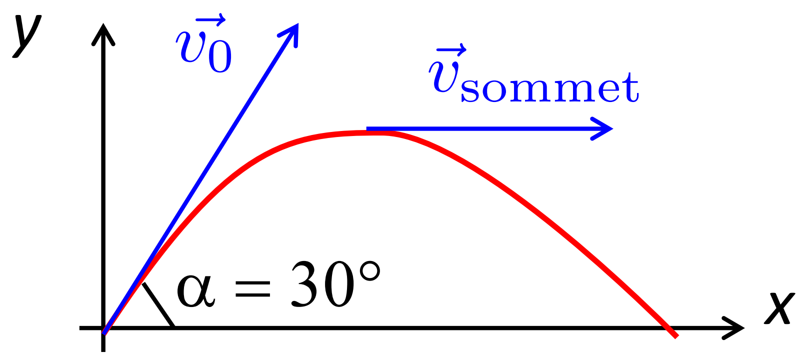
Exemple d’exercice

QCM K’. Un objet est lancé à partir du sol avec une vitesses initiale v_0 faisant un angle de 30° par rapport à l’horizontale. On néglige les frottements. L’axe des *x* est horizontal et l’axe des *y* est dirigé vers le haut. On peut affirmer que :

A. l’objet a une vitesse nulle lorsqu’il atteint la hauteur maximale de sa trajectoire.
B. l’objet a une accélération nulle lorsqu’il atteint la hauteur maximale de sa trajectoire.
C. juste avant de toucher le sol, la composante horizontale de sa vitesse est nulle.
D. sur la lune, la hauteur maximale atteinte par l’objet serait la même que sur terre.

Résoudre un exercice : analyse

Schéma



Données : v_0, angle α

Variables : x, y

Inconnues : x_{sommet}, y_{sommet}, v_{sommet}

Hypothèse : mouvement uniformément accéléré

Objectif : Vitesse horizontale au sommet

Résoudre un exercice : méthodes

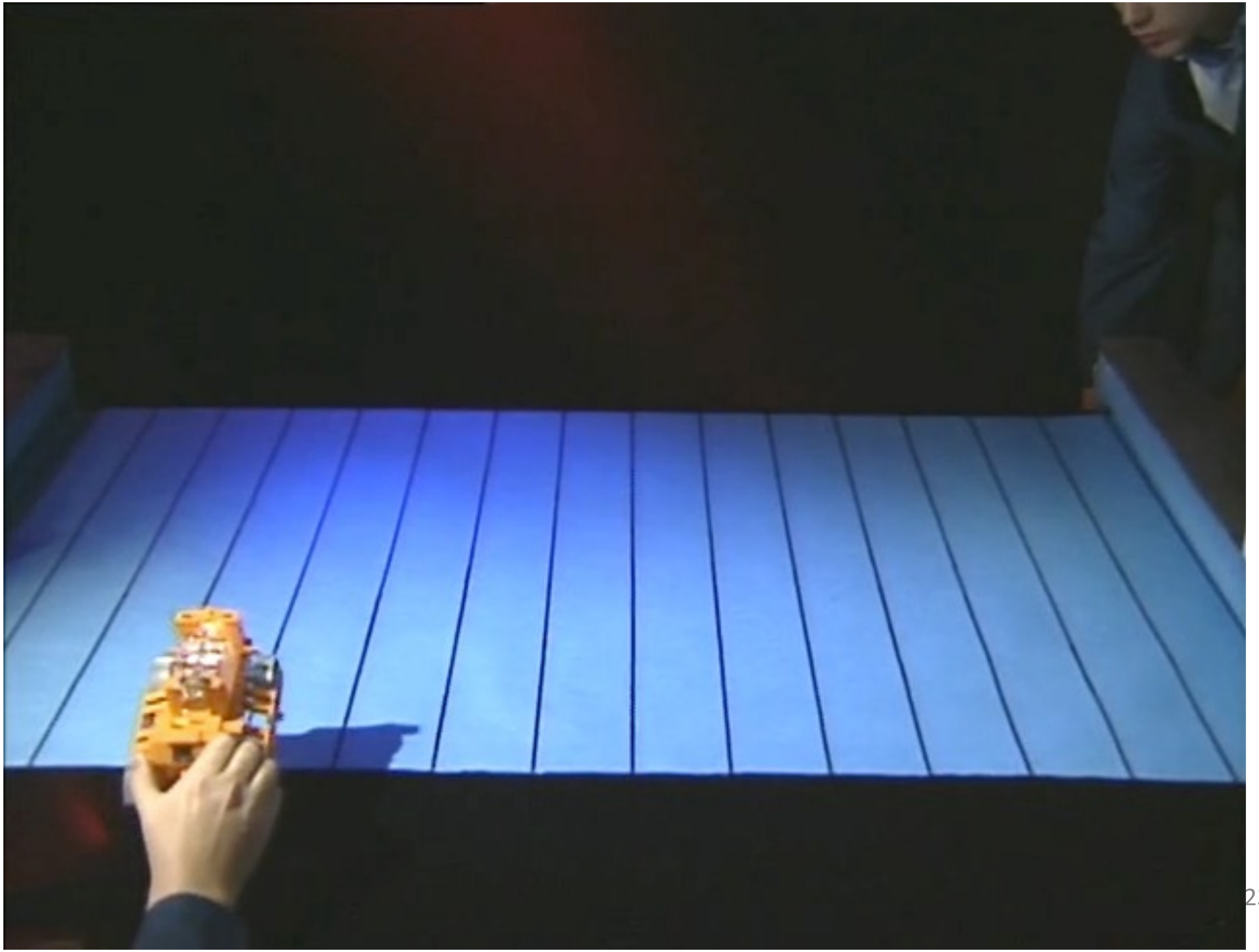
- par élimination : pas ici (question K')
- équation du mouvement
- force, accélération, trajectoire
- conservation de l'énergie
- *arguments qualitatifs*

Essayer une solution, vérifier

- L'accélération est nulle selon l'axe x
- La vitesse horizontale v_x est constante
- Elle n'est pas nulle au départ
- Elle reste non-nulle au sommet -> A FAUX

- Vraisemblance : $v = 0$ implique que l'objet est immobile !! Or il continue à avancer horizontalement.
- Unités : RAS ; ordre de grandeur : N/A

Référentiel, composition des vitesses

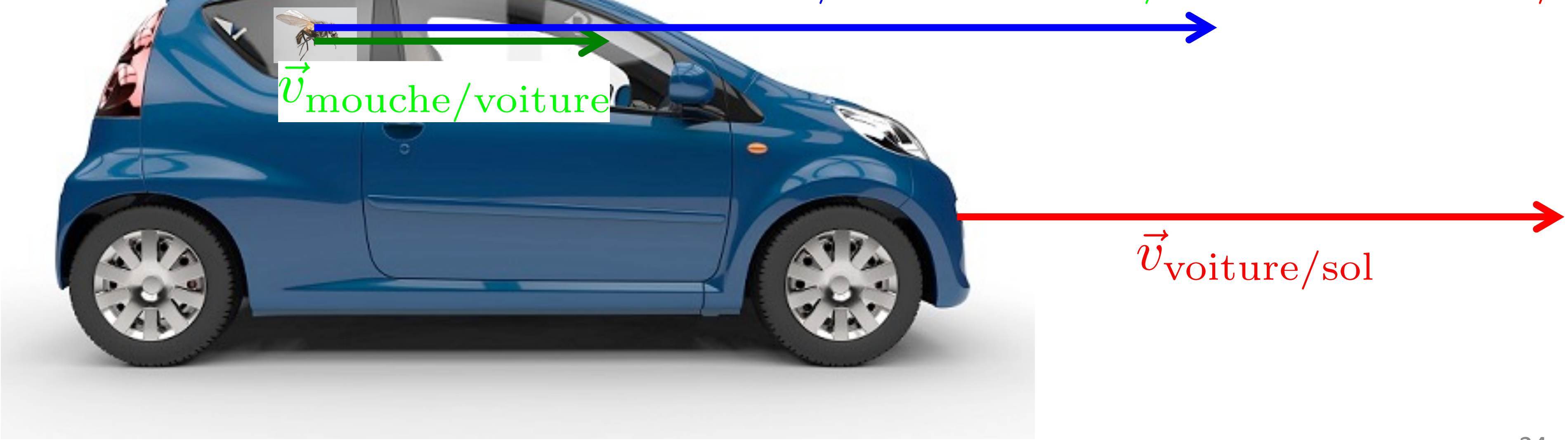


Référentiel, composition des vitesses

Position, vitesse, accélération… sont définis dans un système d'axes, le *référentiel*.

Si l'on change de référentiel, les vitesses se *composent* : elles s'ajoutent *vectoriellement*.

$$\vec{v}_{\text{mouche/sol}} = \vec{v}_{\text{mouche/voiture}} + \vec{v}_{\text{voiture/sol}}$$



Exercice

Un passager marche vers l’arrière du train.

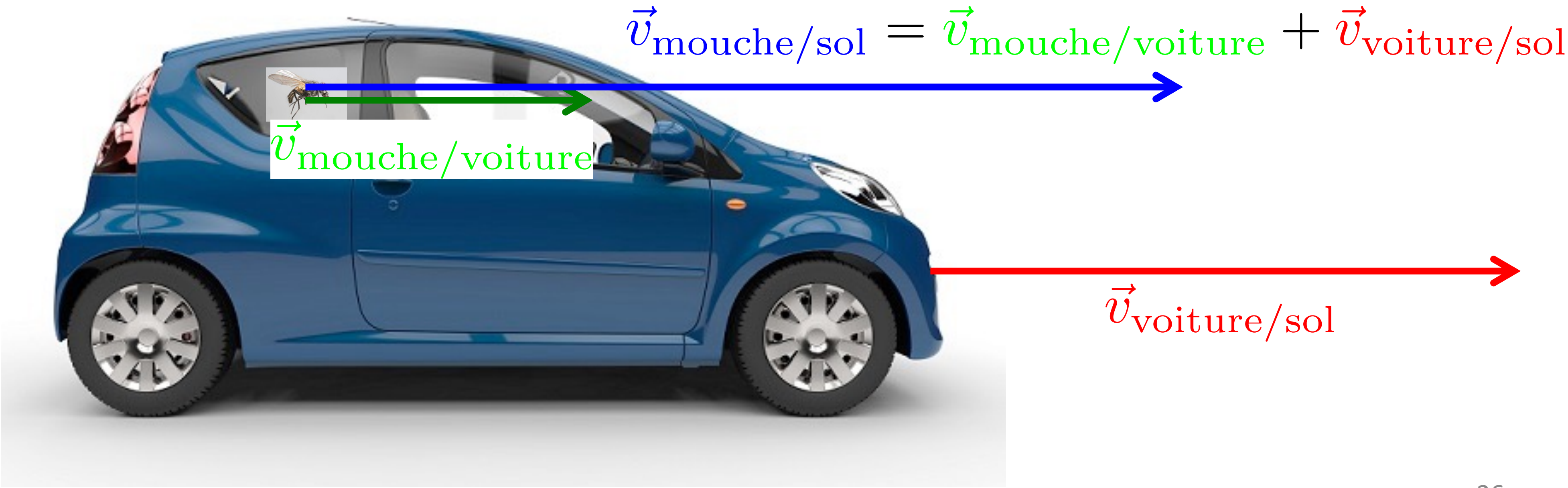
Pour la cheffe de gare, il se déplace

A. Plus vite que le train
B. À la même vitesse que le train
C. Moins vite que le train

Composition des accélérations

$$\vec{v}_{\text{mouche/sol}} = \vec{v}_{\text{mouche/voiture}} + \vec{v}_{\text{voiture/sol}}$$

$$\vec{a}_{\text{mouche/sol}} = \vec{a}_{\text{mouche/voiture}} + \vec{a}_{\text{voiture/sol}}$$



Crash test


INSURANCE INSTITUTE
FOR HIGHWAY SAFETY
2014 MAZDA 5
INSURANCE INSTITUTE
FOR HIGHWAY SAFETY
CEN1424