Diapos réalisées par Jérôme Kasparian

Travail, énergie, puissance

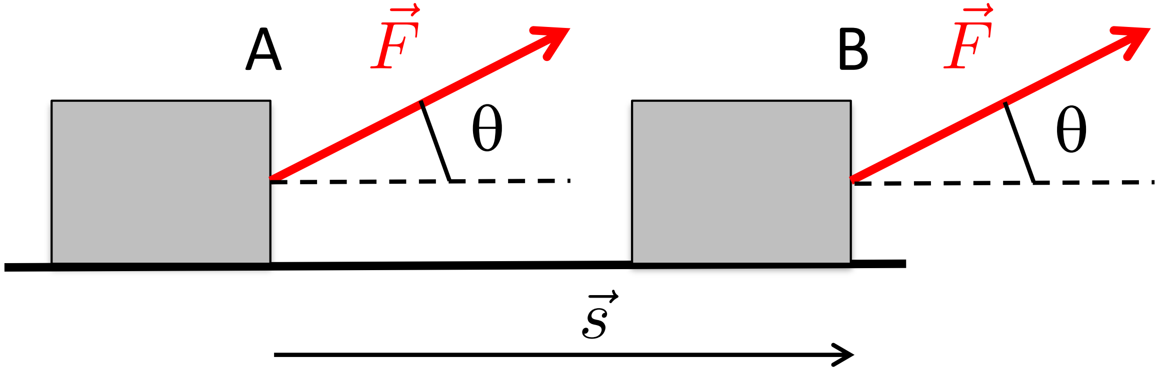
Transformations de l'énergie mécanique

Kane chapitre 6 ; Hecht chapitre 9

Travail d'une force

Une force $\vec{F}$ fournit un *travail W lorsque son point d'application se déplace*

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = ||F|| \cdot ||s|| \cdot \cos\theta = F \cdot s \cdot \cos\theta$$



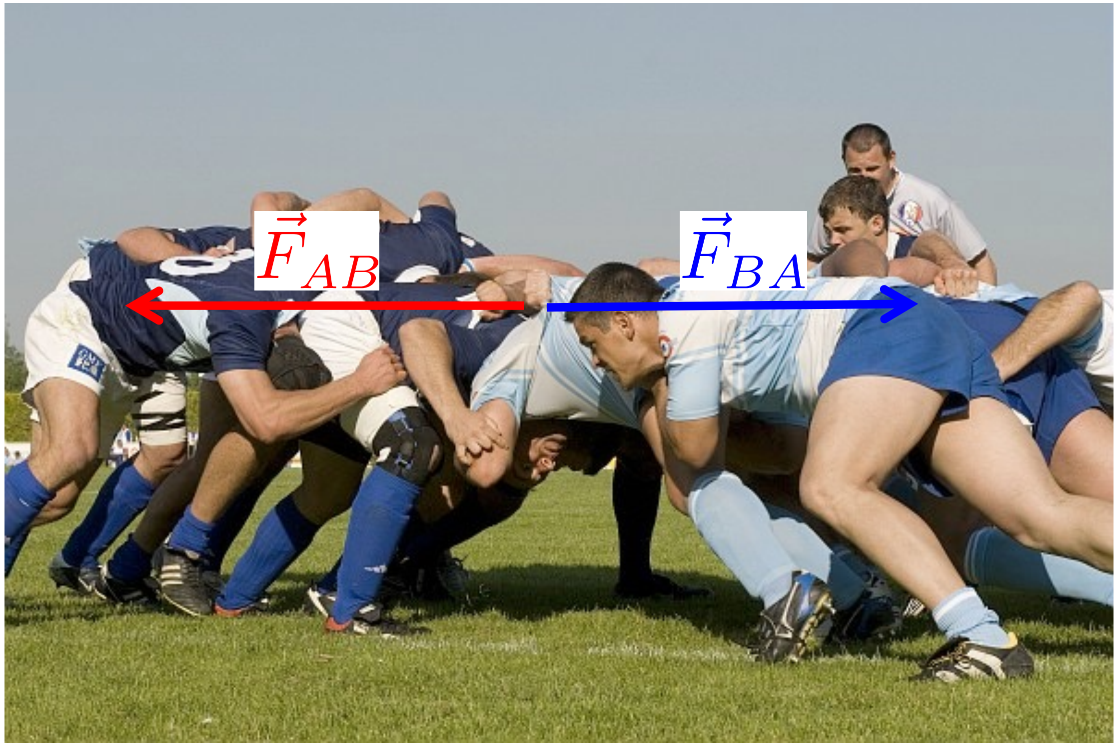
L'unité du travail est le Joule (J)

Si $\vec{F}$ varie le long du chemin, on découpe le chemin en intervalles où $\vec{F}$ est constant, éventuellement infinitésimaux :

$$W = \sum_A^B W_i = \sum_A^B \vec{F_i} \cdot \vec{\Delta s_i} = \int_A^B \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

Exercice

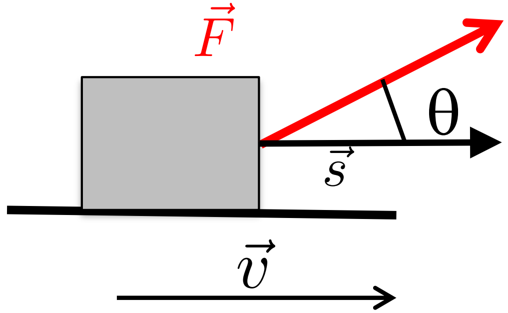
La mêlée est immobile. Les joueurs de gauche fournissent un travail :



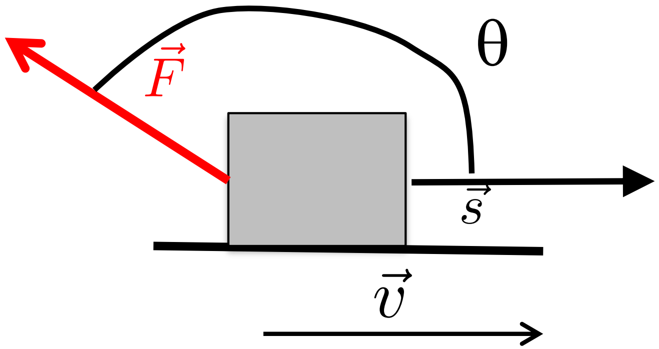
A. Positif
B. Négatif
C. Nul

Travail d'une force : trois cas

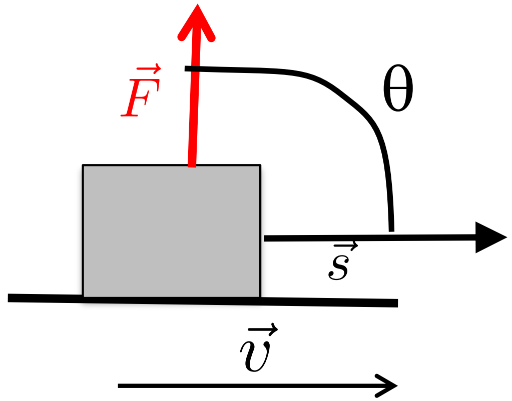
Force dans le sens du déplacement (*traction*) : $\theta < 90°$, $\cos\theta > 0$, $W > 0$



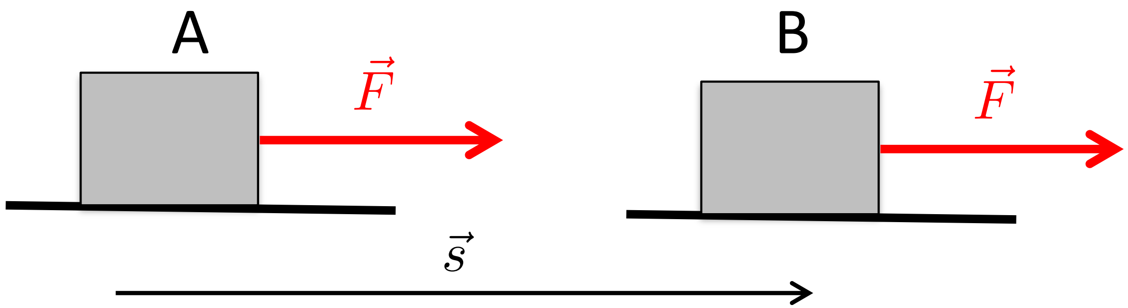
Force dans le sens opposé au déplacement (*freinage*) : $90° < \theta < 180°$, $\cos\theta < 0$, $W < 0$



Force perpendiculaire au déplacement : $\theta = 90°$, $\cos\theta = 0$, $W = 0$



Énergie cinétique de translation



Le travail fourni par la force ***F*** entre A et B est :

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int_A^B ma \cdot \mathrm{d}s = m \int_A^B v'(t) \cdot v(t) \cdot \mathrm{d}t = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$$

On définit l'énergie cinétique $\boxed{E_\mathrm{C} = \frac{1}{2} m v^2}$

Théorème de l'énergie cinétique :

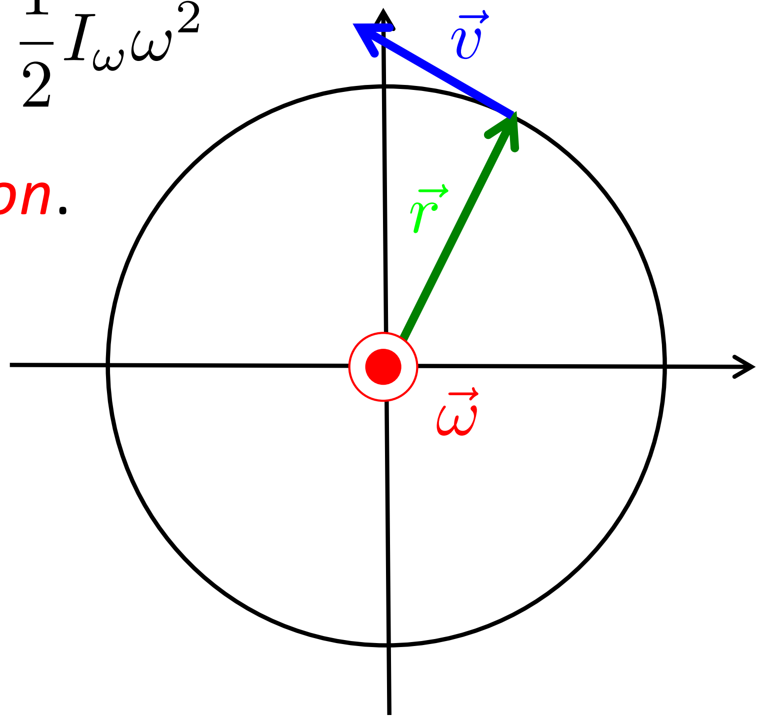
$$\boxed{\Delta E_\mathrm{C} = E_\mathrm{C}^B - E_\mathrm{C}^A = W_\mathrm{total}}$$

W_total est la somme des travaux de toutes les forces *externes*.

Énergie cinétique de rotation

Considérons un objet en rotation :

$$E_{\mathrm{C}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(r\omega)^2 = \frac{1}{2}mr^2\omega^2 = \frac{1}{2}I_\omega\omega^2$$



… qui définit l'*énergie cinétique de rotation*.

$$\boxed{E_{\mathrm{C}}^{\mathrm{rotation}} = \frac{1}{2}I_\omega\omega^2}$$

Si l'objet a un mouvement de rotation autour d'un axe qui a lui-même un mouvement de translation à vitesse *v*, alors les deux énergies cinétiques s'additionnent :

$$\boxed{E_{\mathrm{C}} = E_{\mathrm{C}}^{\mathrm{translation}} + E_{\mathrm{C}}^{\mathrm{rotation}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_\omega\omega^2}$$

Force conservative

Considérons un déplacement en boucle, de A à A, via B

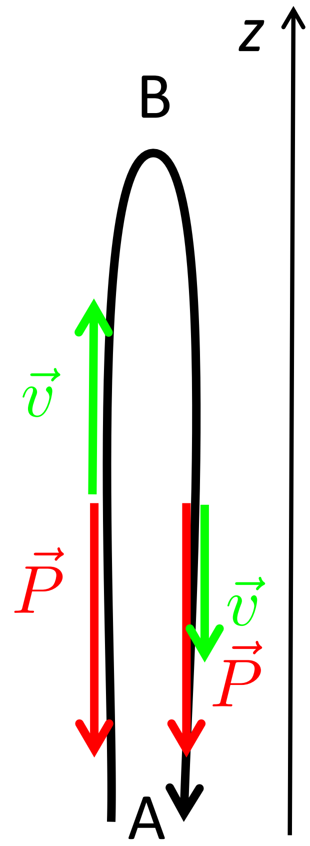
Travail du poids :

$$W_{\mathrm{P}} = W_{\mathrm{P}}^{\mathrm{A}\to\mathrm{B}} + W_{\mathrm{P}}^{\mathrm{B}\to\mathrm{A}} = mg(z_{\mathrm{B}} - z_{\mathrm{A}}) + mg(z_{\mathrm{A}} - z_{\mathrm{B}})$$

$$W_P = -mg\Delta z = 0$$

Sur une boucle fermée, le travail du poids est nul : cette propriété définit une force *conservative*.

Le travail à la montée compense celui à la descente



Force non-conservative

Considérons un déplacement en boucle, de A à A, via B

Travail du frottement ***F*** :

$$W_F = \int_A^A \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s} < 0$$

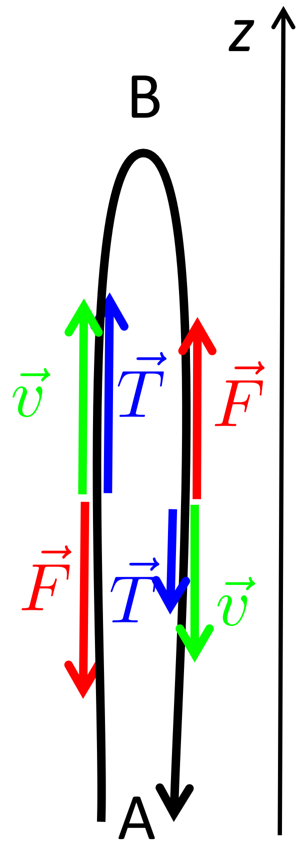
…car en chaque point le frottement est dirigé dans le sens opposé au déplacement

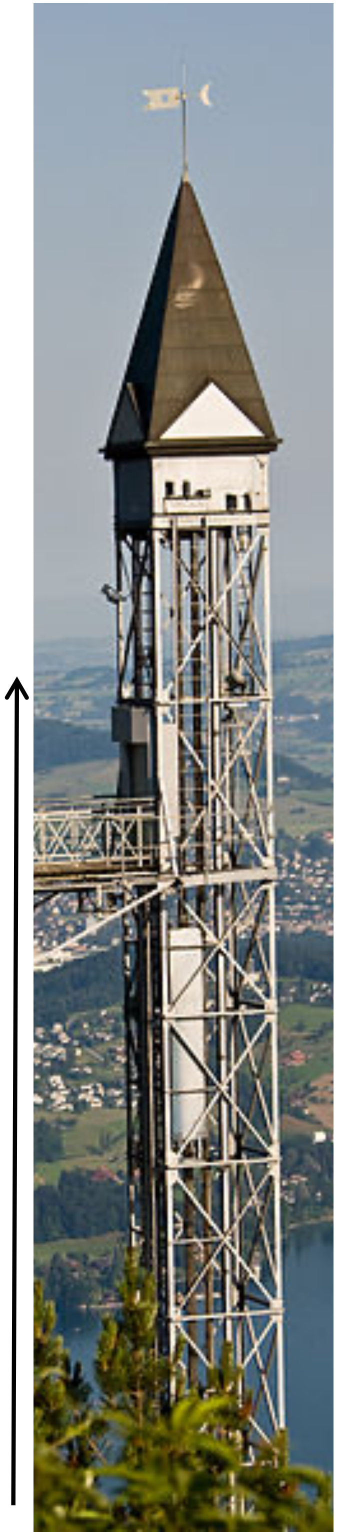
Elle dissipe l'énergie : force *dissipative*

Travail de la force de traction ***T*** :

$$W_T = \int_A^A \vec{T} \cdot \mathrm{d}\vec{s} > 0$$

…car en chaque point la traction est dirigé dans le sens du déplacement





Exercice

La force exercée par une équipe de rugby sur l'autre, dans la mêlée, est conservative :

A. Oui
B. Non

La force exercée par le trampoline sur l'enfant est conservative :

C. Oui
D. Non

Énergie potentielle

On néglige les frottements.
Supposons que l'ascenseur s'arrête en B : $v_B = 0$

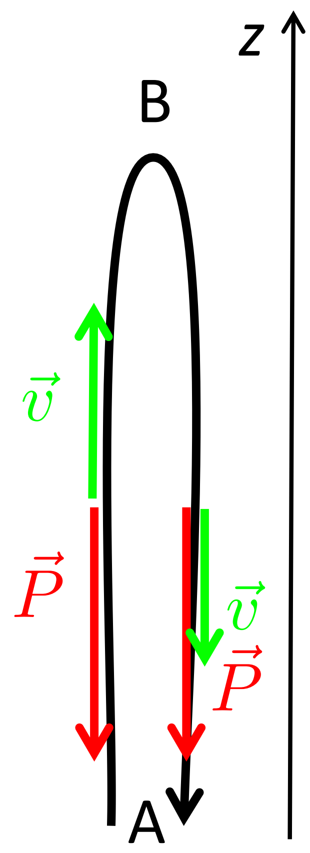
L'énergie cinétique en B est nulle, donc $\Delta E_C = 0$,
donc $W^{A \to B}_{total} = 0$ et $W^{B \to A}_{total} = 0$.

À la montée, le travail du moteur a compensé celui du poids

$$W^{A \to B}_{moteur} = -W^{A \to B}_{P} = m\,g\,(z_B - z_A) = W^{B \to A}_{P}$$

À la descente, le travail des freins a compensé celui du poids

$$W^{B \to A}_{freins} = -W^{B \to A}_{P} = m\,g\,(z_A - z_B) = W^{A \to B}_{P}$$



Énergie potentielle

Le poids fournit un travail à la descente :

$W^{B \to A}{}_{P} = m\, g\, (z_A - z_B)$

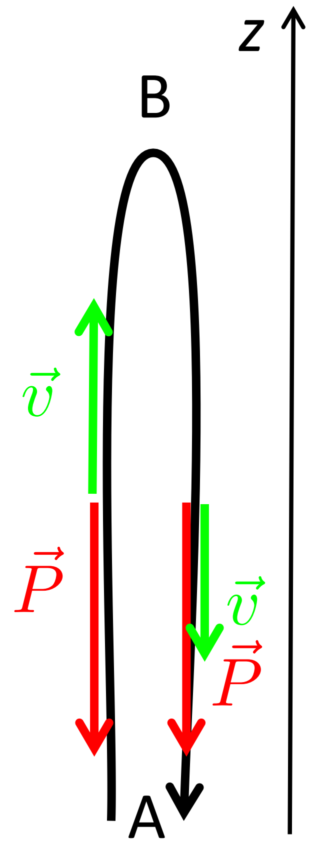
Cette énergie était « stockée » et prête
à accélérer l'ascenseur à la descente.

On l'appelle *énergie potentielle* (ici, énergie potentielle de pesanteur), qui varie comme

$\Delta E_p = E_p{}^{B} - E_p{}^{A} = W^{B \to A}{}_{P} = m\, g\, (z_B - z_A)$

Cette énergie avait été fournie par le moteur
à la montée :

$W^{A \to B}{}_{\text{moteur}} = -W^{A \to B}{}_{P} = m\, g\, (z_B - z_A) = W^{B \to A}{}_{P}$



Énergie potentielle

Deux manières de ralentir en vélo :

- *Freiner* : la force de frottement (dissipative) ralentit le vélo. Pour repartir il faudra pédaler. L'énergie a été dissipée. Elle est perdue.

- *Monter* : la force gravitationnelle (conservative) ralentit le vélo. À la descente, on va ré-accélérer sans effort. L'énergie est conservée : elle a été « stockée » à la montée, elle sera « rendue » à la descente.

On peut définir une énergie potentielle de pesanteur parce que la force gravitationnelle est conservative.

On peut définir une énergie potentielle associée à toute force conservative, car pour tout déplacement fermé de A à A via B :

$W^{A \to A}_{\text{Conservative}} = 0 = \Delta E_{\text{p}}^{A \to A} = \Delta E_{\text{p}}^{A \to B} + \Delta E_{\text{p}}^{B \to A}$,

donc $\Delta E_{\text{p}}^{A \to B} = -\Delta E_{\text{p}}^{B \to A}$

Référence d'altitude

z

Salève

$z_{Salève}$ = 1'296 m

Δz = 924 m

Lac (Pierre du Niton)

z_{Lac} = 372 m

Mer (Marseille)

z_{Mer} = 0 m

z'

Salève

$z'_{Salève}$ = 924 m

$\Delta z'$ = 924 m

Lac (Pierre du Niton)

z'_{Lac} = 0 m

Mer (Marseille)

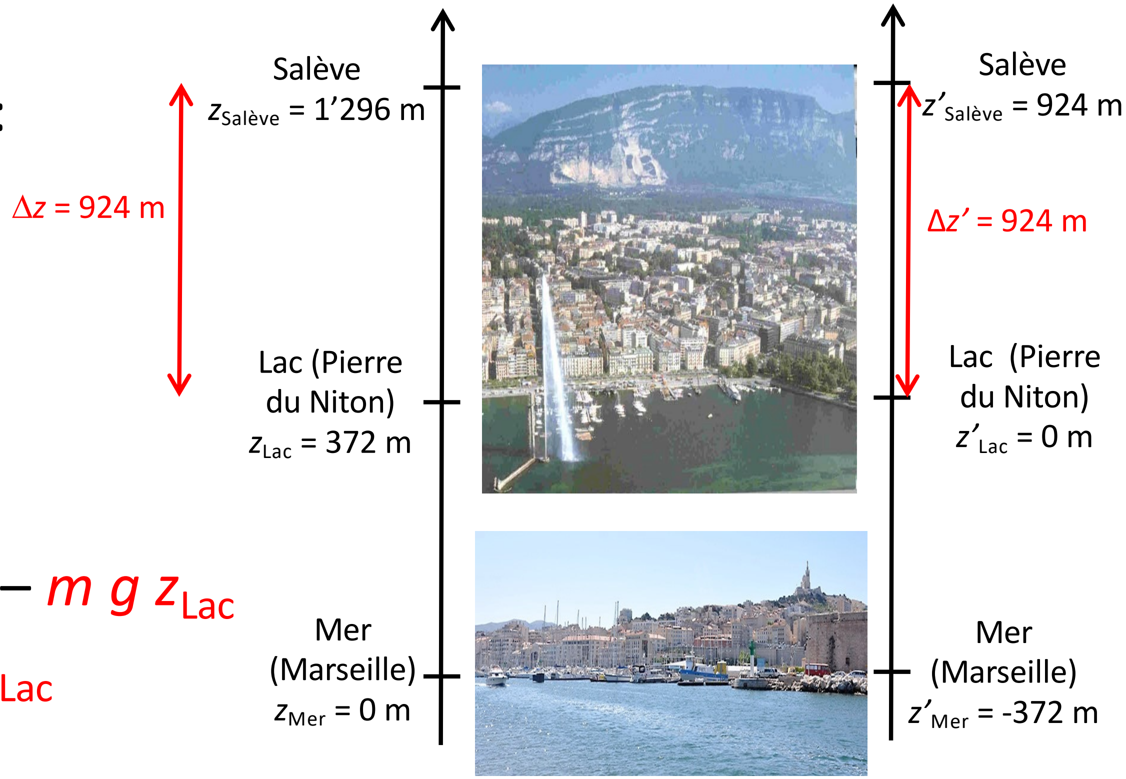
z'_{Mer} = -372 m

Le choix de la référence est arbitraire et n'influe pas sur Δz

Énergie potentielle

Dans le référentiel de gauche :

$E_{\text{p,Salève}} = m\ g\ z_{\text{Salève}}$
$E_{\text{p,Lac}} = m\ g\ z_{\text{Lac}}$
$\Delta E_{\text{p}} = mg\ (z_{\text{Salève}} - z_{\text{Lac}}) = mg\Delta z$



Dans le référentiel de droite :

$E'_{\text{p,Salève}} = m\ g\ z'_{\text{Salève}} = E_{\text{p,Salève}} - m\ g\ z_{\text{Lac}}$
$E'_{\text{p,Lac}} = m\ g\ z'_{\text{Lac}} = E_{\text{p,Lac}} - m\ g\ z_{\text{Lac}}$

$$\Delta E'_{\text{p}} = m\ g\ (z'_{\text{Salève}} - z'_{\text{Lac}}) = m\ g\ \Delta z' = m\ g\ \Delta z = \Delta E_{\text{p}}$$

L'énergie potentielle est définie à une constante additive près.
On s'intéresse toujours aux *différences* d'énergie potentielle.

Énergie mécanique

L'*énergie mécanique* d'un objet est la somme de son énergie potentielle et de son énergie cinétique :

$$E_{\mathrm{M}} = E_{\mathrm{c}} + E_{\mathrm{p}}$$

Variation de l'énergie mécanique :

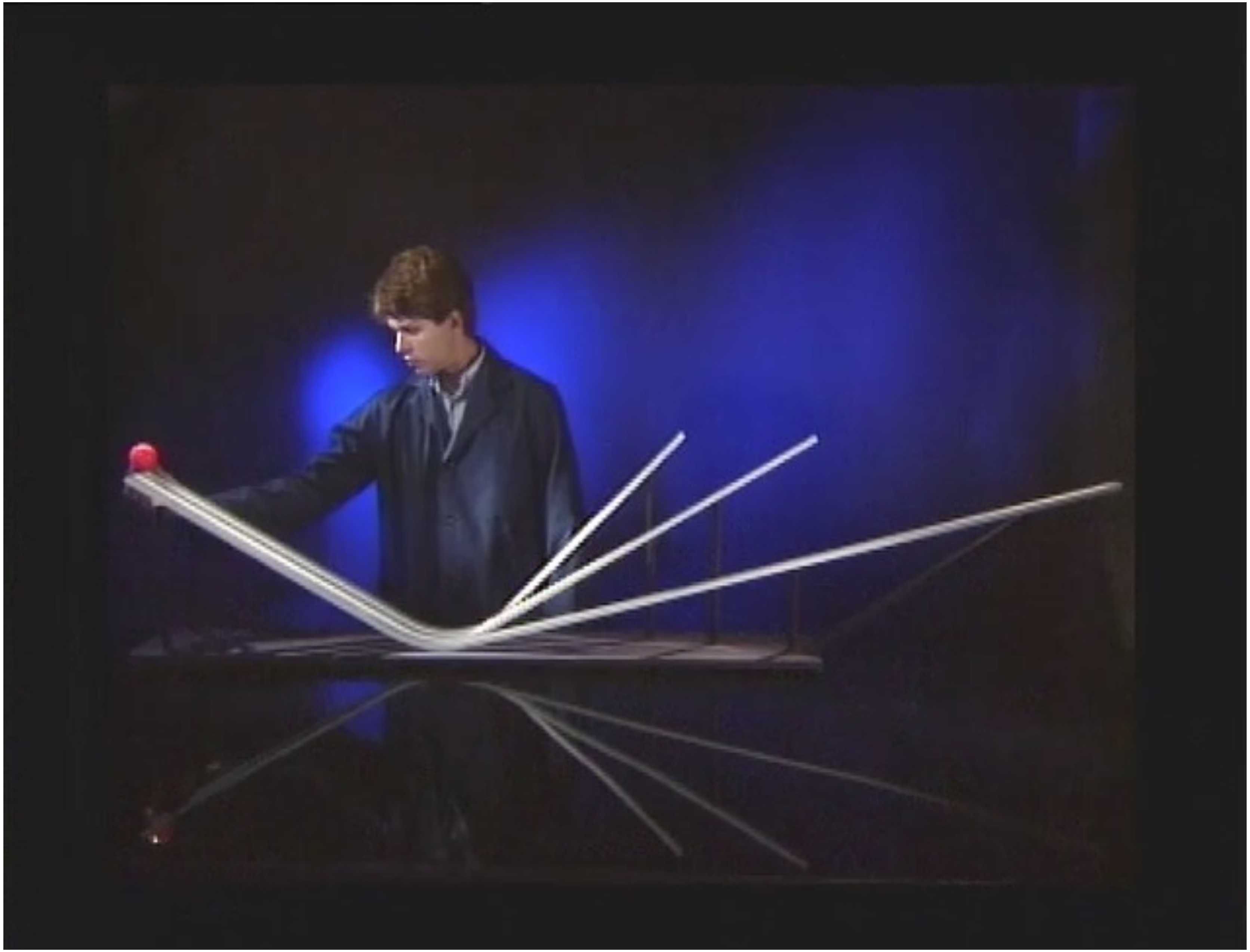
$$\Delta E_{\mathrm{M}} = \Delta E_{\mathrm{c}} + \Delta E_{\mathrm{p}} = W_{\text{total}} - W_{\text{forces conservatives}} = W_{\text{forces non-conservatives}}$$

La variation de l'énergie mécanique est égale au travail des forces non conservatives.

S'il n'y a *que des forces conservatives*, l'énergie mécanique est *conservée* (= elle ne varie pas) : $\Delta E_{\mathrm{M}} = 0$ donc $\Delta E_{\mathrm{c}} = -\Delta E_{\mathrm{p}}$.

Les forces conservatives *convertissent* l'énergie : énergie potentielle en énergie cinétique, et vice-versa.

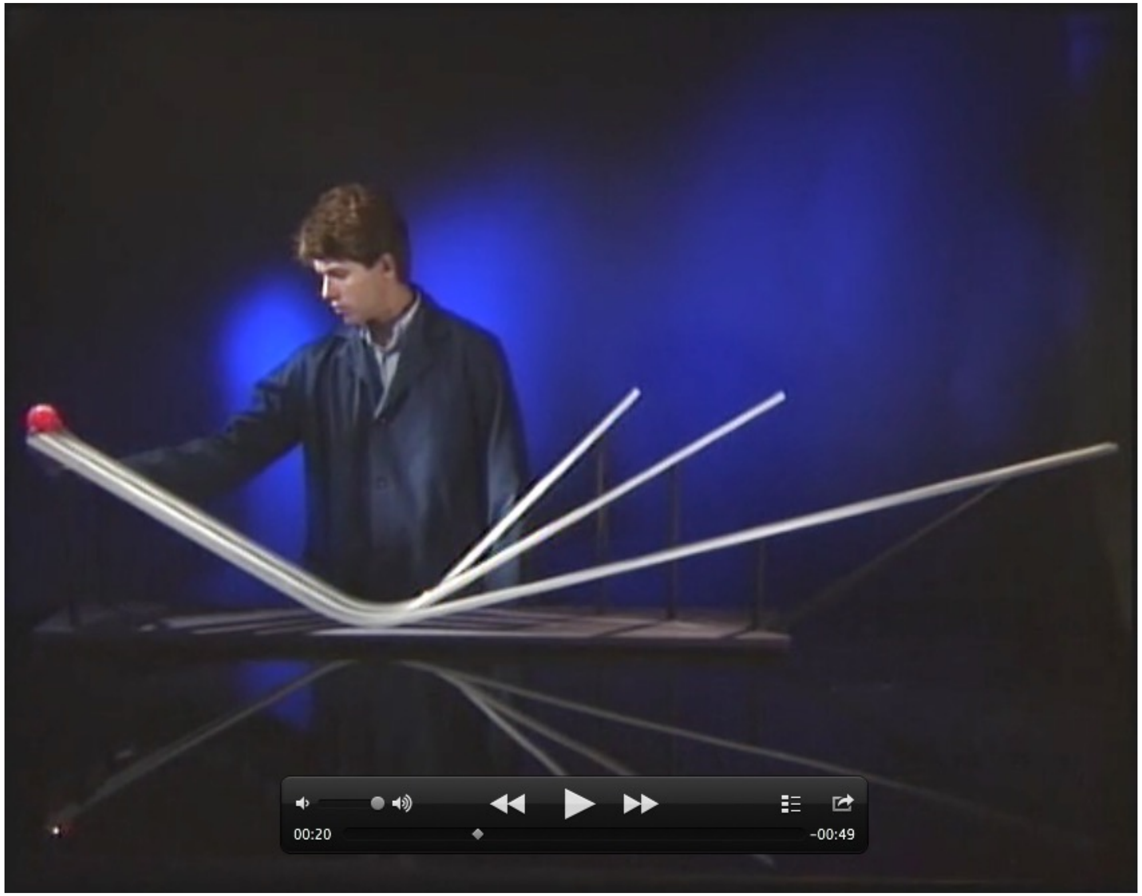
Exercice



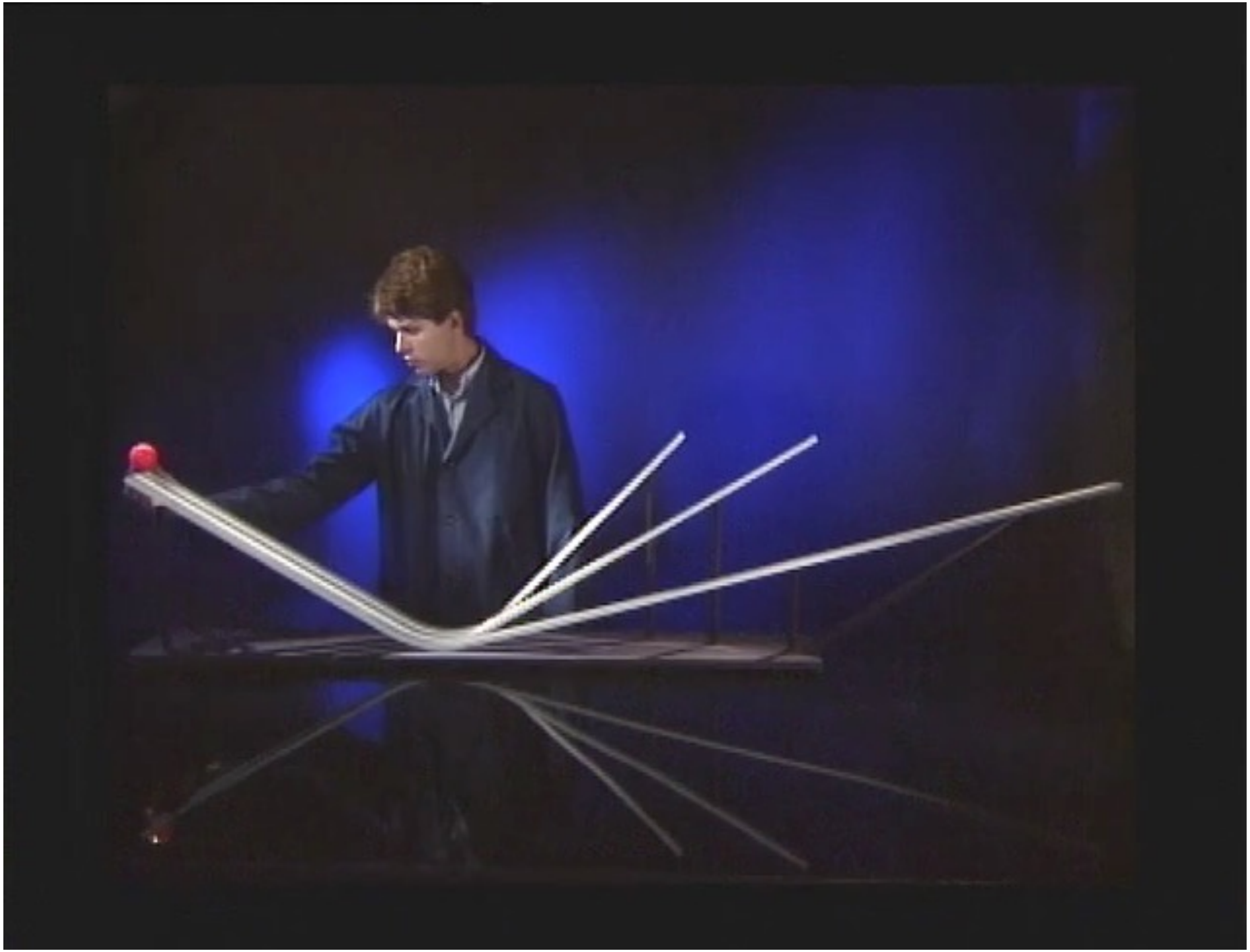
Exercice

La bille remontera plus haut sur :

A. La piste la plus pentue
B. La piste intermédiaire
C. La piste la moins pentue
D. Aucune



Exercice



Conservation de l'énergie mécanique

On lance une balle verticalement :

Au départ :

vitesse v,
énergie cinétique $E_c = ½\, m\, v^2$,
énergie mécanique $E_M = E_c + E_p = ½\, m\, v^2$

Au sommet de sa trajectoire,

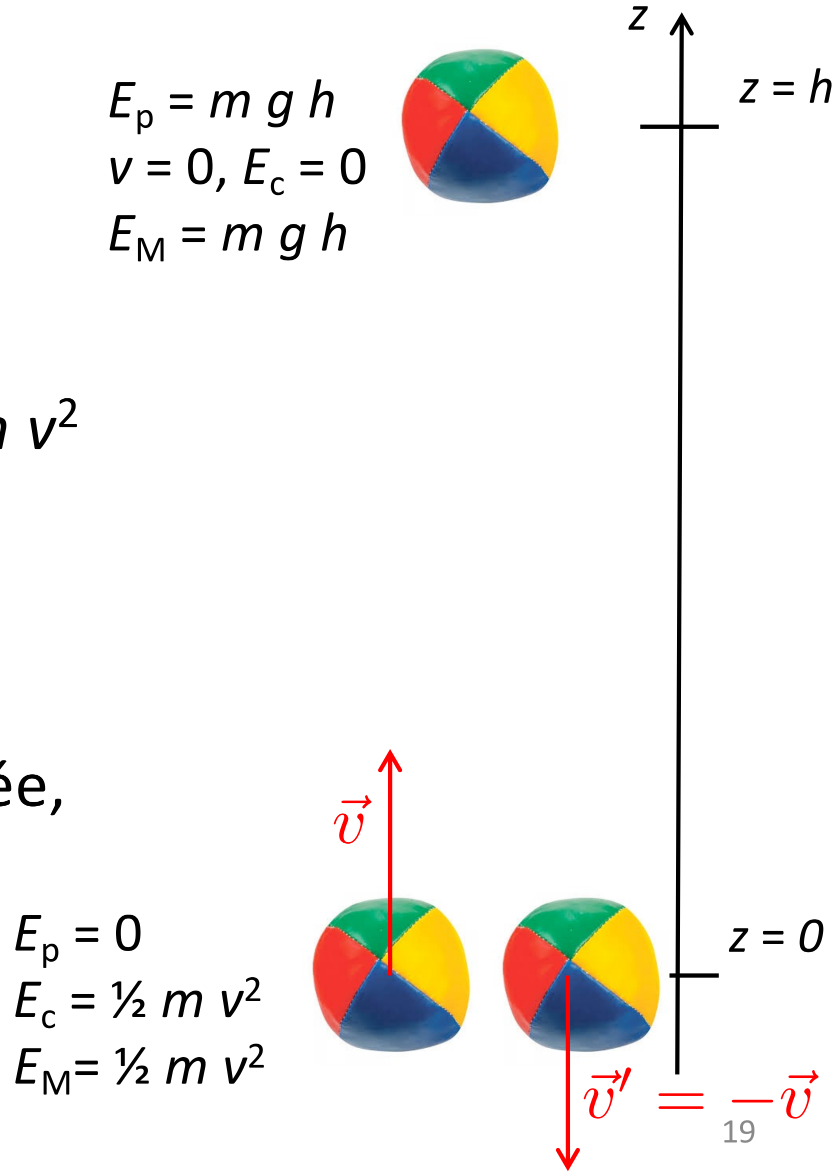
$v = 0$,

$E_M = E_c + E_p = m\, g\, h$

Sans force dissipative, E_M est conservée,
donc $½\, m\, v^2 = m\, g\, h$

On calcule la hauteur atteinte *sans calculer toute la trajectoire* :

$h = ½\, v^2 / g$



Puissance

La *puissance* est la variation d'énergie (donc le travail effectué), par unité de temps. Son unité est le Watt [W], ou [J/s].

Comme pour les autres variations par unité de temps (vitesse, accélération…), on définit :

La *puissance moyenne* :

$$\boxed{\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}}$$

La *puissance instantanée*, limite de la puissance moyenne pour des temps très courts δt ou dt :

$$\boxed{P = \frac{\delta W}{\delta t} = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}}$$

Puissance, force et vitesse

Estimons la puissance *instantanée* :

$$P = \frac{\delta W}{\delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s}}{\mathrm{d}t} = \vec{F} \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{s}}{\mathrm{d}t}$$

$$\boxed{P = \vec{F} \cdot \vec{v}}$$

Si la force est constante, la puissance *moyenne* est :

$$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \Delta\vec{s}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}$$

$$\bar{P} = \vec{F} \cdot \bar{\vec{v}}$$

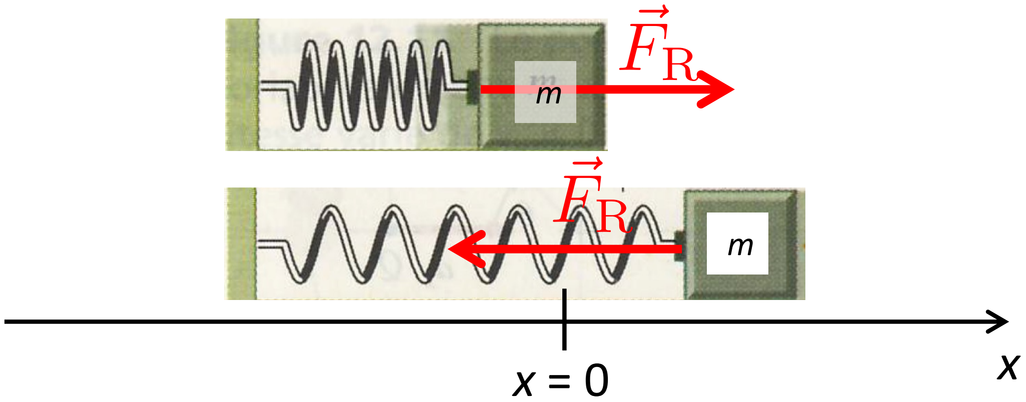
Énergie potentielle dans un ressort

On a vu qu'un ressort exerce sur une masse une force proportionnelle à sa déformation : $F = -k\,x$

Le travail associé à une déformation de A à B est :

$$W^{A\to B} = \int_A^B \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{x} = \int_A^B -kx\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}k\left(x_B^2 - x_A^2\right)$$

Le travail ne dépend que du point de départ et d'arrivée. Pour un chemin fermé $W^{A\text{->}A} = 0$. La force de rappel est donc conservative, on peut lui associer une *énergie potentielle élastique* $E_p = ½\,k\,x^2$. On vérifie que $\Delta E_p = -W$



$$\vec{F}_\mathrm{R} = -k\vec{x}$$