Diapos réalisées par Jérôme Kasparian

Mécanique des fluides

Écoulements de liquides et de gaz

Kane chapitres 10.3, 13, 14 ; Hecht chapitre 11

Exercice

Le clou s’enfonce dans le bois, mais pas le marteau. Pourquoi ?

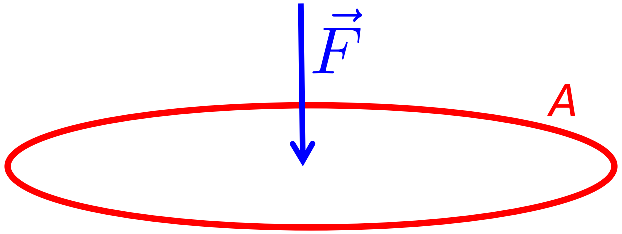
A. La force exercée par le clou sur le bois est plus grande

B. La force est identique mais elle est exercée sur une plus petite surface

C. Faux, le marteau s’enfoncerait autant

Pression

La *pression* est une force exercée par unité de surface: $P = F / A$



Unité SI : Pascal. 1 Pa = 1 N/m^2

Autres unités usuelles :

- L'atmosphère : 1 atm = 101 325 Pa ~ 10^5 Pa
- Le Torr ou millimètre de mercure (lié au baromètre)
  760 mmHg = 1 atm,
  soit 1 mmHg = 133 Pa.

Pour « prendre la tension », on utilise les cmHg, et on mesure la pression maximale (systole) et minimale (diastole) correspondant à la contraction et au relâchement du cœur.

Exercice

Le ballon est dégonflé.

A. La pression à l'intérieur est 0 bar
B. La pression à l'intérieur est 1 bar
C. La pression à l'intérieur est 2 bar

Pression absolue et pression de jauge

On baigne dans une pression de 1 atm. L'effet que nous ressentons est la *différence* avec la pression ambiante :

- c'est elle qui « gonfle » le pneu, les artères…
- c'est contre elle que l'on doit lutter quand on plonge…

Ce « supplément » de pression par rapport à l'atmosphère est la *pression de jauge*. La pression totale, pression atmosphérique comprise, est la *pression absolue*.

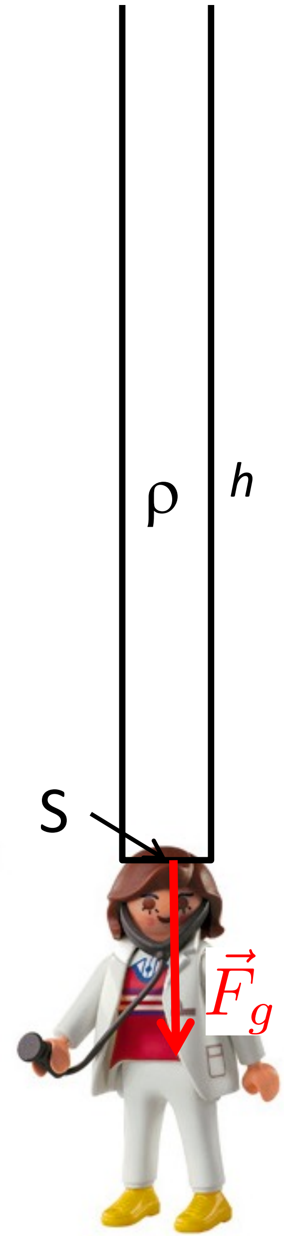
Pression atmosphérique

La pression atmosphérique P_a correspond au poids F_g de la colonne d'air (de hauteur h) au-dessus de l'objet considéré :

$F_g = m\ g = \rho\ S\ h\ g$

Donc $P_a = F_g\ /\ S = \rho\ g\ h$

ρ est la masse volumique de l'air dans la colonne.
On l'a supposée homogène sur toute la colonne

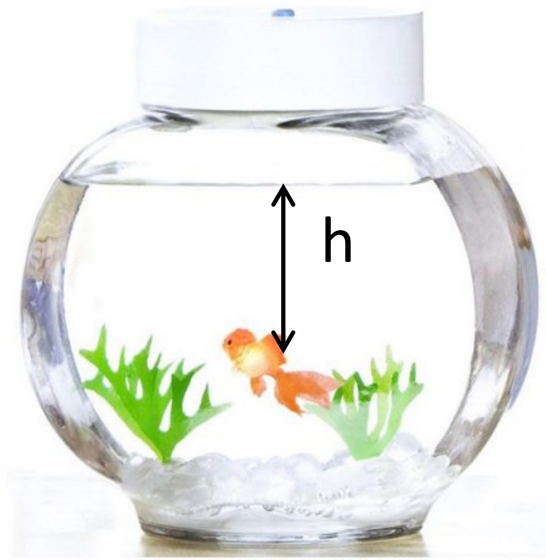


Pression atmosphérique

Pression hydrostatique

Même raisonnement pour tout fluide.

Exemple : colonne d'eau pour un plongeur ou un poisson.



Il subit une pression : $P_{eau} = \rho_{eau}\, g\, h$

donc une pression totale : $P_{tot} = P_{eau} + P_{atm} = \rho_{eau}\, g\, h + P_{atm}$

Pression hydrostatique

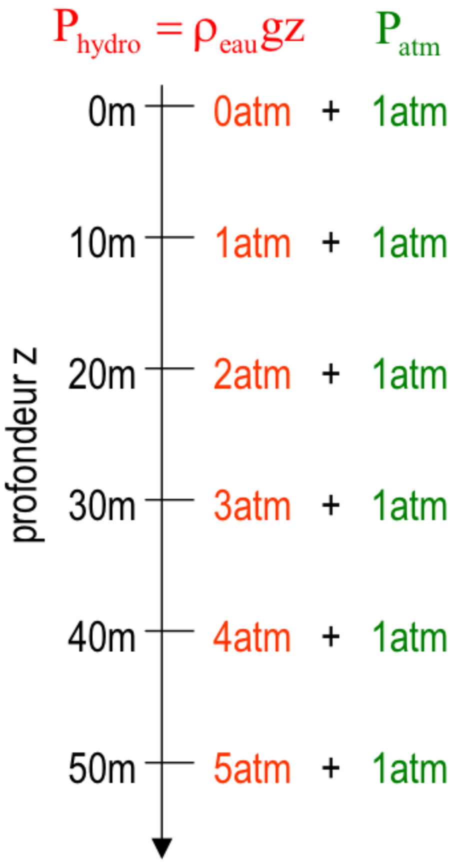
Exercice

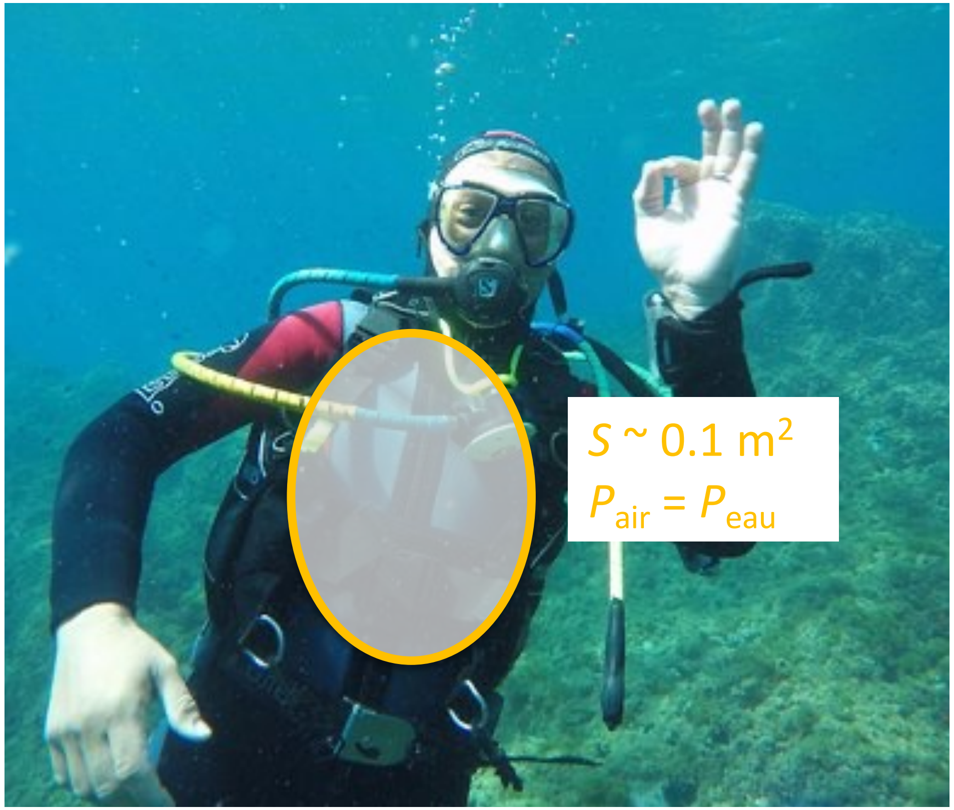
On penche le tube plein d’eau :

A. La longueur de la colonne illuminée diminue
B. La longueur de la colonne illuminée augmente
C. La longueur de la colonne illuminée reste identique
D. On ne peut pas dire

Exercice

Exemple : plongée sous-marine





Surface de la poitrine : S = 0,3 x 0,35 ~ 0,1 m^2

Une pression de P = 1 atm exerce une force $F = P\,S = 10^4$ N : l'équivalent du poids d'une masse de 1 tonne !

Le détendeur adapte la pression de l'air inspiré.

Exemple : baromètre

Le mercure entre les points A et B subit les forces de pression de la colonne d'air (pression atmosphérique) à gauche (A), et de la colonne de mercure à droite (B). À l'équilibre (1ère loi de Newton) :

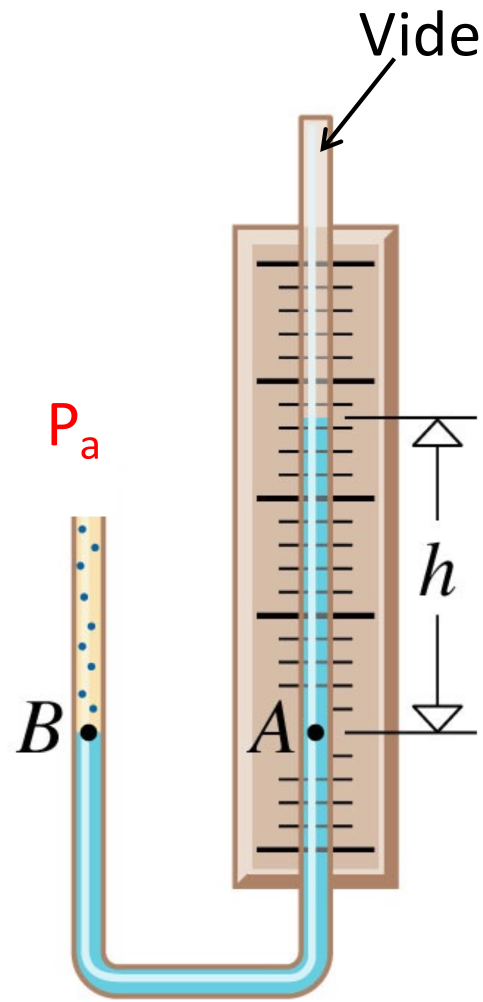
$P_{atm}\, S = P_{Hg}\, S = \rho_{Hg}\, g\, h\, S$

où S est la section du tube.

La pression atmosphérique s'oppose au poids $\rho_{Hg}\, g\, h_{Hg}\, S$ du mercure à droite :

$P_a = P_{Hg} = \rho_{Hg}\, g\, h_{Hg}$

C'est l'origine de l'échelle historique de pression, le mmHg : hauteur en mm de la colonne de mercure dans le baromètre. 1 atm = 760 mmHg

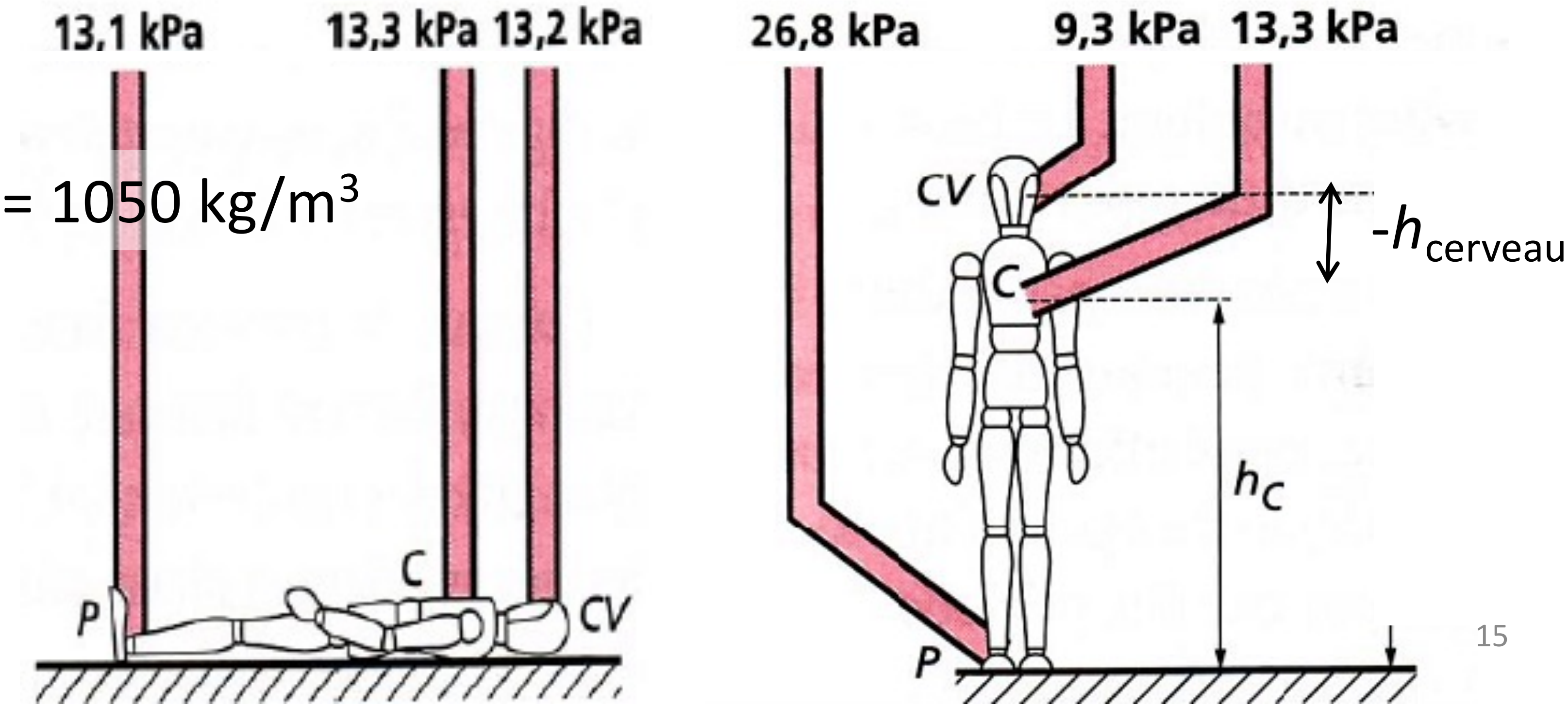


Exemple : Pression sanguine et position

La pression totale du sang à une hauteur *h* en-dessous du cœur est $P_{\text{tot}}(\text{h}) = P_{\text{cœur}} + P_{\text{hydrostatique}} = P_{\text{cœur}} + \rho_{\text{sang}}\, g\, h$

Si l'on mesure cette pression sur une personne debout, on sous-estimera la pression sanguine si l'on mesure au-dessus du cœur, et on la surestimera si on mesure en dessous du cœur.

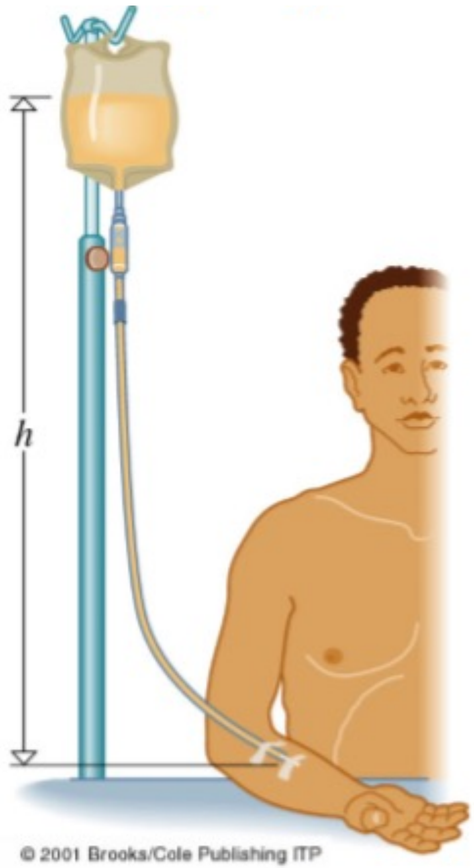
NB : $\rho_{\text{sang}} = 1050 \text{ kg/m}^3$



Exemple : perfusion

Si la pression du sang dans une veine vaut P_v = 2 kPa = 15 mmHg, la poche doit être placée à $h \geq P_v / \rho g$ ~ 20 cm au-dessus de l'aiguille pour que la perfusion coule dans la veine.
ρ est la masse volumique du fluide injecté.

Pression arterielle : P_{ar} = 80-120 mmHg ~ 13 kPa : la poche devrait être placée à une hauteur $h \geq P_{ar} / \rho g$ ~ 1,3 m. Pas très pratique !



« Poussée » d'Archimède

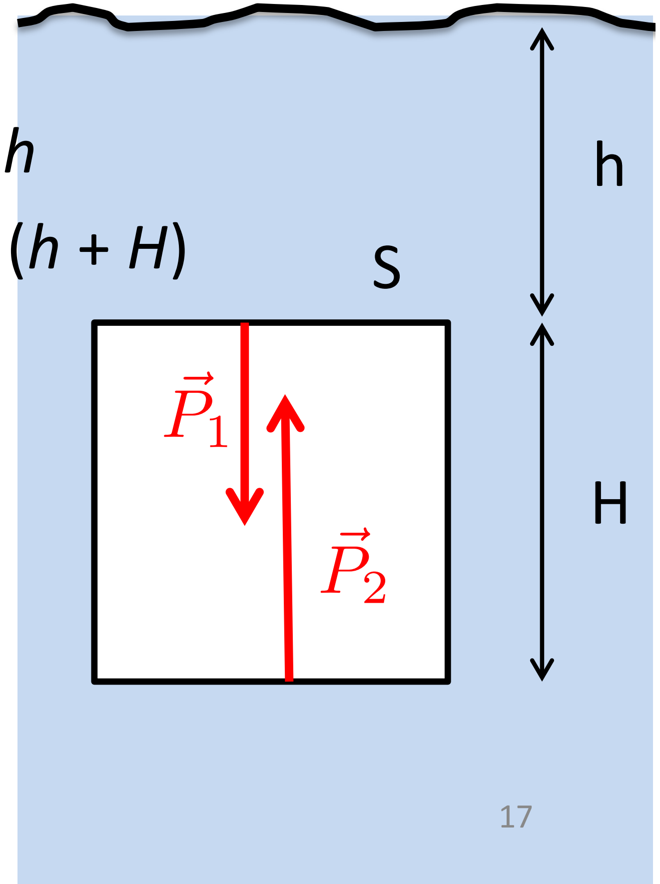
Considérons un cube placé dans un fluide de masse volumique ρ.
S'il est sous une hauteur h du fluide, il subit une pression :

- sur les faces verticales : les forces correspondantes se compensent par symétrie
- vers le bas, sur la face supérieure : $P_1 = \rho\, g\, h$
- vers le haut, sur la face inférieure : $P_2 = \rho\, g\, (h + H)$

Somme des forces :

$F_A = P_2\, S - P_1\, S = \rho\, g\, H\, S = m_{eau}\, g$,
où m_{eau} est la masse de l'eau déplacée

F_A est la force d'Archimède, communément appelée *« poussée » d'Archimède*.



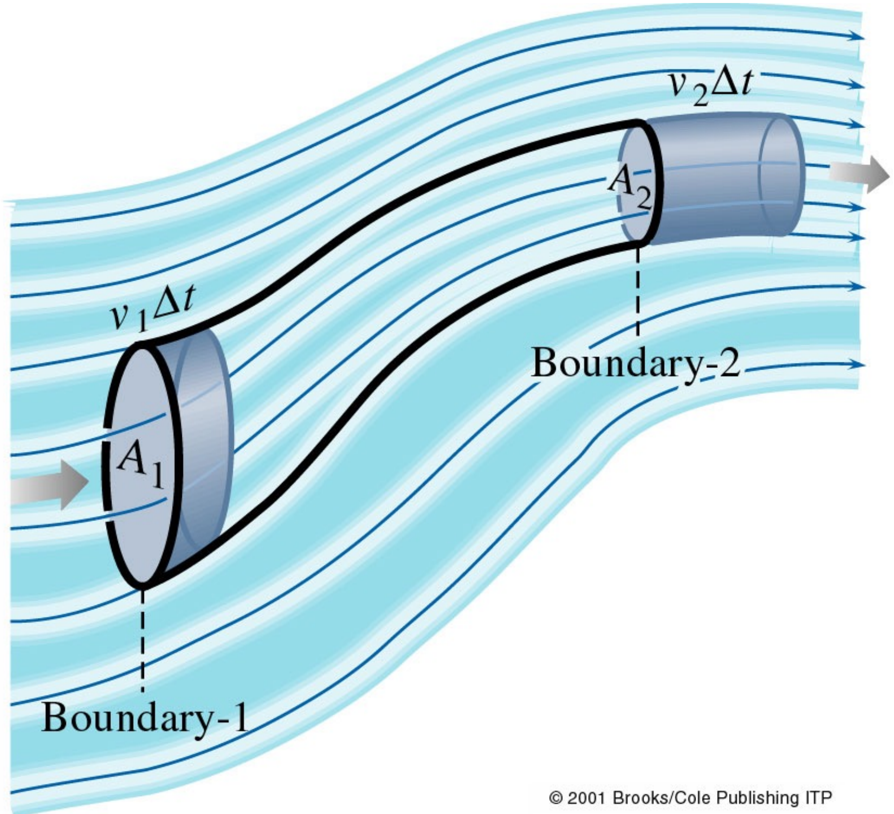
« Poussée » d'Archimède

Débit d’un fluide

On considère un écoulement fluide. Le *débit* Q mesure le volume ΔV qui passe à travers une surface A pendant un intervalle de temps Δt.

$$\boxed{Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \vec{A} \cdot \vec{v}}$$

où v est la vitesse du fluide à travers la surface A. Le vecteur $\vec{A}$ est orienté dans le sens où on considère le flux. $Q < 0$ si le fluide circule en sens inverse.



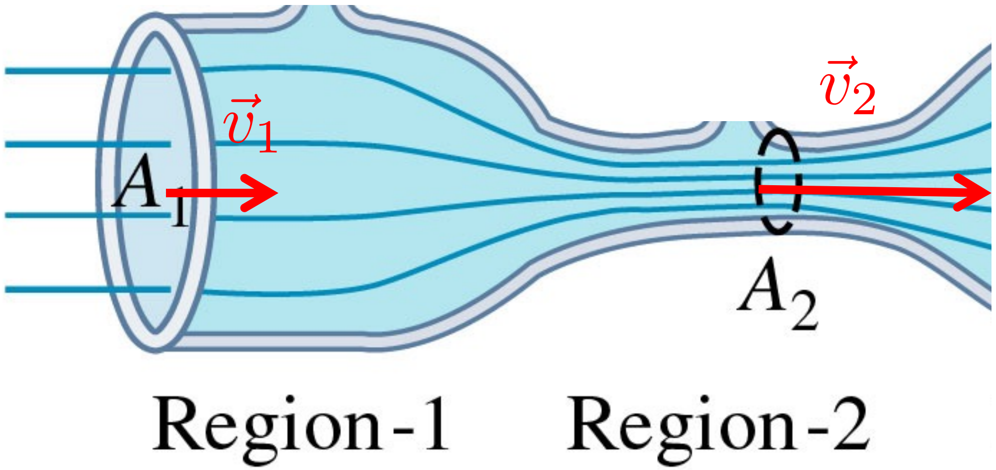
NB : En physiologie, on note :
$\dot{Q}$: débit liquide : sang…
$\dot{v}$: débit aérien : respiration…

Équation de continuité

Le flux Q dans un tube est *le même partout* puisque le tube ne fabrique ni ne consomme pas d'eau : « circuit fermé ».

$$Q = \vec{A}_1 \cdot \vec{v}_1 = \vec{A}_2 \cdot \vec{v}_2$$
$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Par conséquent : $\boxed{v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1}$



© 2001 Brooks/Cole Publishing ITP

Petite section = grande vitesse.

Exercice

La vitesse du sang qui circule dans l’aorte est

A. supérieure

B. égale

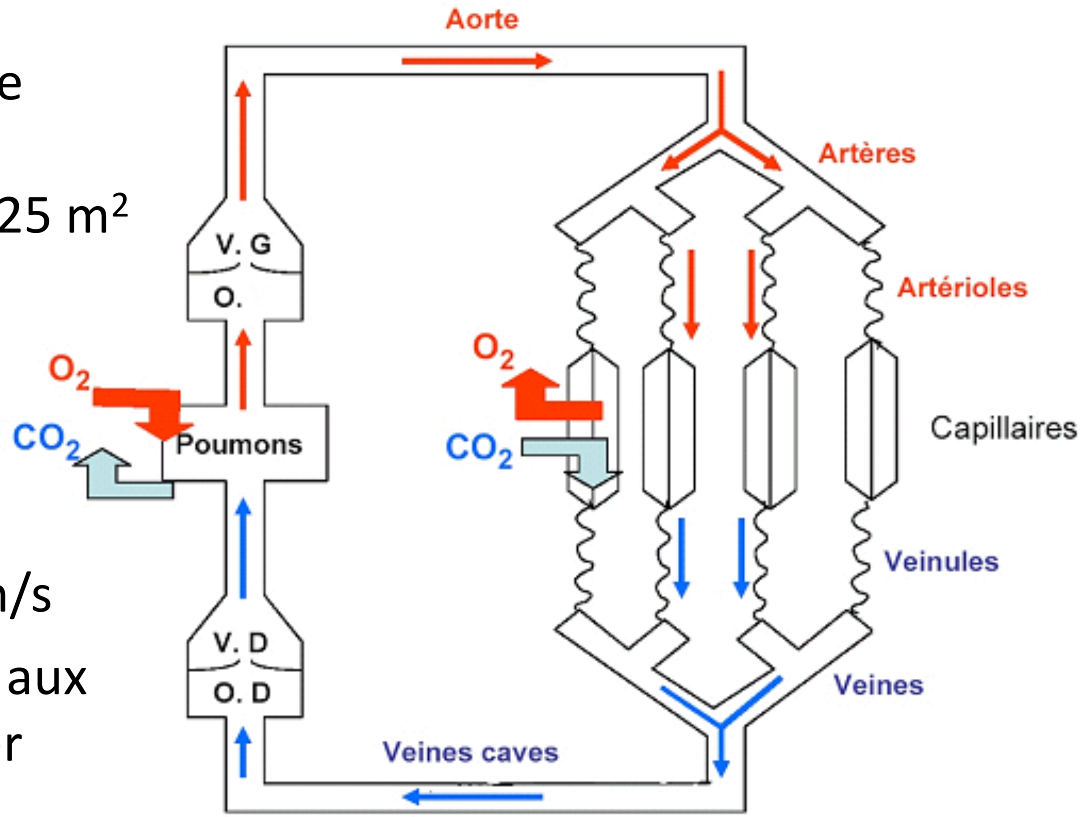
C. inférieure

…à la vitesse du sang qui circule dans les capillaires

Exemple : capillaires et aorte

Système circulatoire : 20 milliards de capillaires, diamètre ~4 µm.
Surface totale : A_{cap} = 2500 cm^2 = 0,25 m^2

Débit fourni par le cœur :
Q = 0,1 litre / s = 10^{-4} m^3/s



Capillaires : $v_{cap} = Q / A_{cap}$
$= 10^{-4}$ m^3/s / 0,25 m^2 = 0,4 mm/s

Écoulement lent qui laisse le temps aux échanges de O_2 et CO_2 de s'effectuer

Aorte (A_{aorte} = 6 cm^2) :
$v_{aorte} = Q / A_{aorte}$ = 160 mm/s
le sang arrive vite aux organes

Poumons : Basse pression, vitesse lente, échanges gazeux plus efficaces.
Cf. intervention F. Lador

Écoulement stationnaire

Un écoulement stationnaire est un écoulement dans lequel la *vitesse en chaque point* est constante au cours du *temps*.

$$\vec{v}_A = \text{cte}, \vec{v}_B = \text{cte}, \text{mais } \vec{v}_A \neq \vec{v}_B$$

A

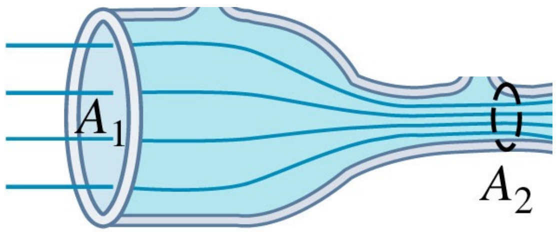
B

Stationnarité et équation de continuité

Conservation du débit = le même débit *en chaque point du circuit, à un moment donné*

MAIS

Le débit peut changer *avec le temps* (écoulement non stationnaire)



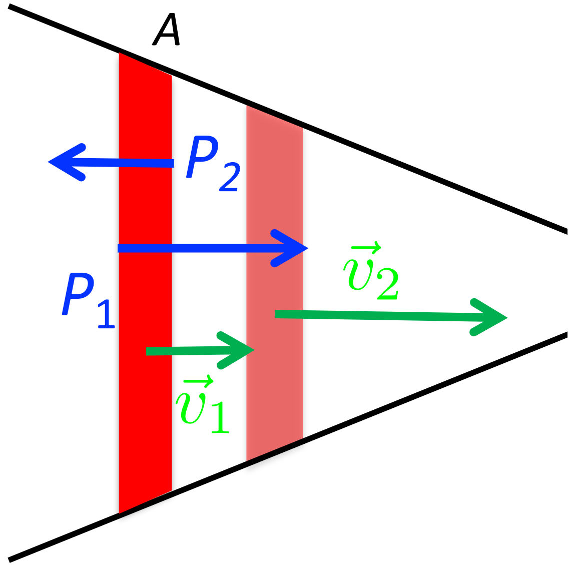
- si on déforme le tuyau (= changer la section)
- si on pompe plus ou moins fort : ouvrir/fermer le robinet, adapter le rythme cardiaque

Exercice

L'équation de continuité implique que :

A. Le débit de sang est le même dans l'aorte que dans un capillaire
B. Le débit de sang est le même dans l'aorte que dans l'ensemble des capillaires
C. Le débit de sang est le même au repos et à l'effort
D. Le débit de sang est le même, que le cœur batte ou non
E. Le débit de sang dans l'aorte est le même si on ligature l'artère fémorale

Évolution de la pression



$2^{ème}$ loi de Newton pour la tranche rouge :
$\sum F = m\, a$

Selon l'axe du mouvement horizontal :

$A\, P_1 - A\, P_2 = m\, a$

L'eau « à l'arrière » de la tranche rouge pousse,
l'eau « à l'avant » freine

$P_1 > P_2 \Rightarrow a > 0 \Rightarrow v_2 > v_1$

Là où l'eau va plus vite, la pression est plus basse !

Pour un écoulement horizontal, on montre (bilan de forces ou conservation de l'énergie, cf exercice) que :

$P_1 - P_2 = ½\, \rho\, (v_2^2 - v_1^2)$

$½\, \rho\, v^2 + P$ = constante (= *le même partout* dans l'écoulement *à un instant donné*)

Équation de Bernoulli

On a vu également (pression hydrostatique) :

$P_2 - P_1 = \rho\, g\, (h_1 - h_2)$

Le poids de la colonne de fluide induit une différence de pression. On a donc, en l'absence d'écoulement :

$\rho\, g\, z + P$ = constante

On combine avec l'expression de la page précédente :

$\frac{1}{2} \rho\, v^2 + \rho\, g\, h + P$ = constante (le même partout dans l'écoulement, *à un instant donné*)

Ou, de manière équivalente :

$$\underbrace{\underbrace{\tfrac{1}{2} \rho\, (v_2^2 - v_1^2)}_{\text{Variation de la densité d'énergie cinétique}} + \underbrace{\rho\, g\, (h_2 - h_1)}_{\text{Variation de la densité d'énergie potentielle}}}_{\text{Variation de la densité d'énergie mécanique}} = \underbrace{P_1 - P_2}_{\text{Densité des travaux forces non conservatives}}$$

Exercice

Quand on va souffler l'air comprimé

A. Les deux plaques vont s'éloigner
B. Les deux plaques vont se rapprocher
C. Les deux plaques vont rester immobiles

Exercice

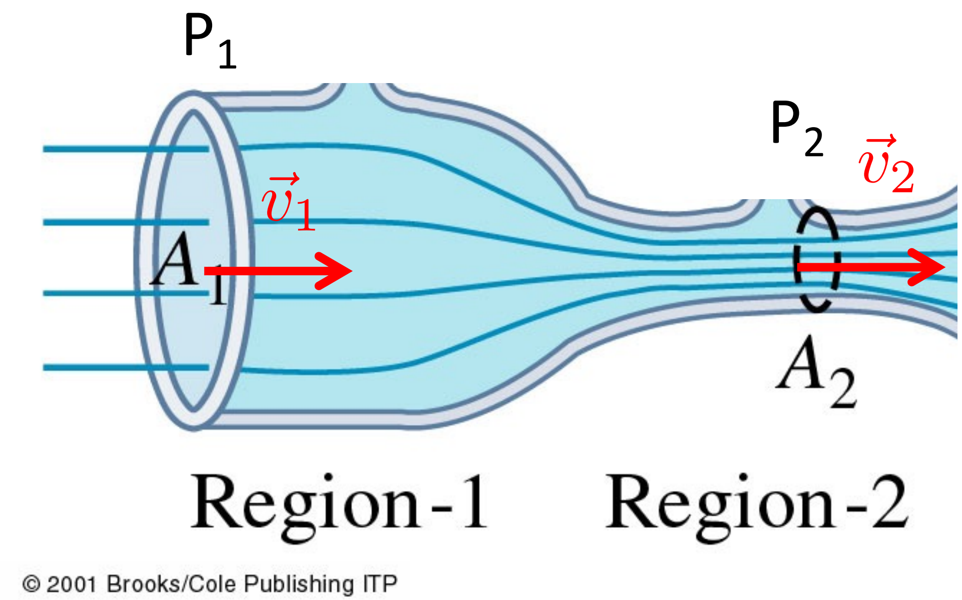
Exemple : constriction (sténose)

$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z + P$ = constante (= le même partout)

En l'absence de variation de hauteur, on a :

$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + P_2$

$$P_2 - P_1 = -\frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$



L'accélération est accompagnée d'une baisse de la pression, *dans des conditions d'écoulement données*.

MAIS attention : une hausse de la pression de la pompe résultera dans une hausse du débit, donc le la vitesse partout dans le tuyau, indépendamment de Bernoulli. A suivre…

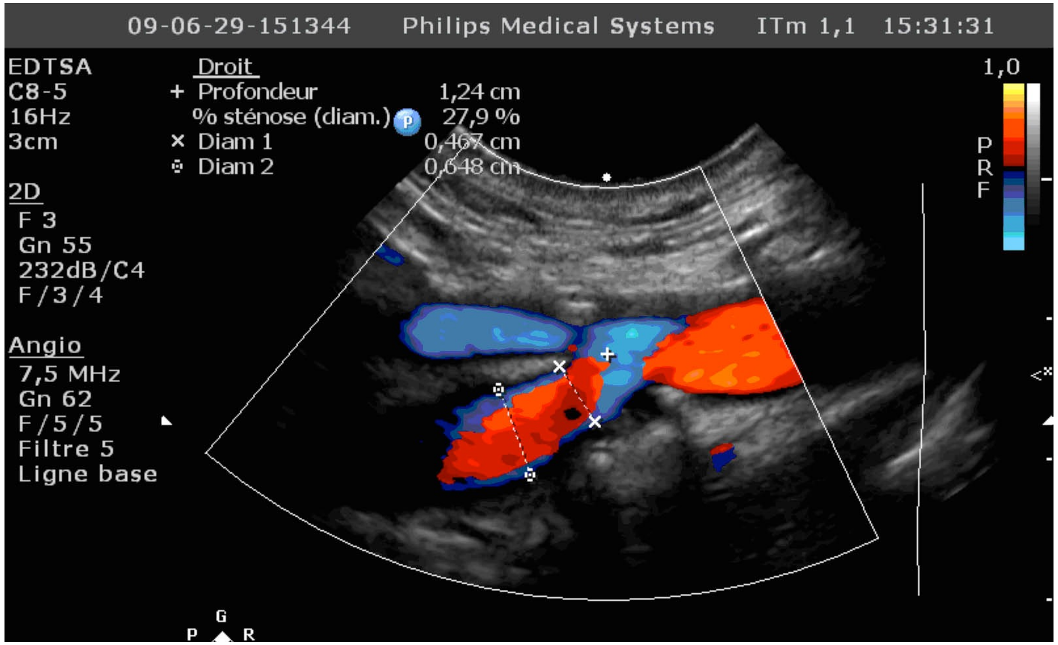
Cf cours Physiologie cardiovasculaire, B. Kwak, C. Montessuit

Application : échographie cardiaque

Mesure de pression compliquée : une seule mesure au niveau de l'oreillette droite fournit une pression de référence P_1.

Effet Doppler (à suivre dans le cours sur les ondes) : mesure facile de la vitesse d'écoulement du sang en tout point par échographie cardiaque.

On déduit ensuite la pression en tout point (par exemple, de part et d'autre de la valve) grâce à l'équation de Bernoulli.



$$P_2 - P_1 = -\frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

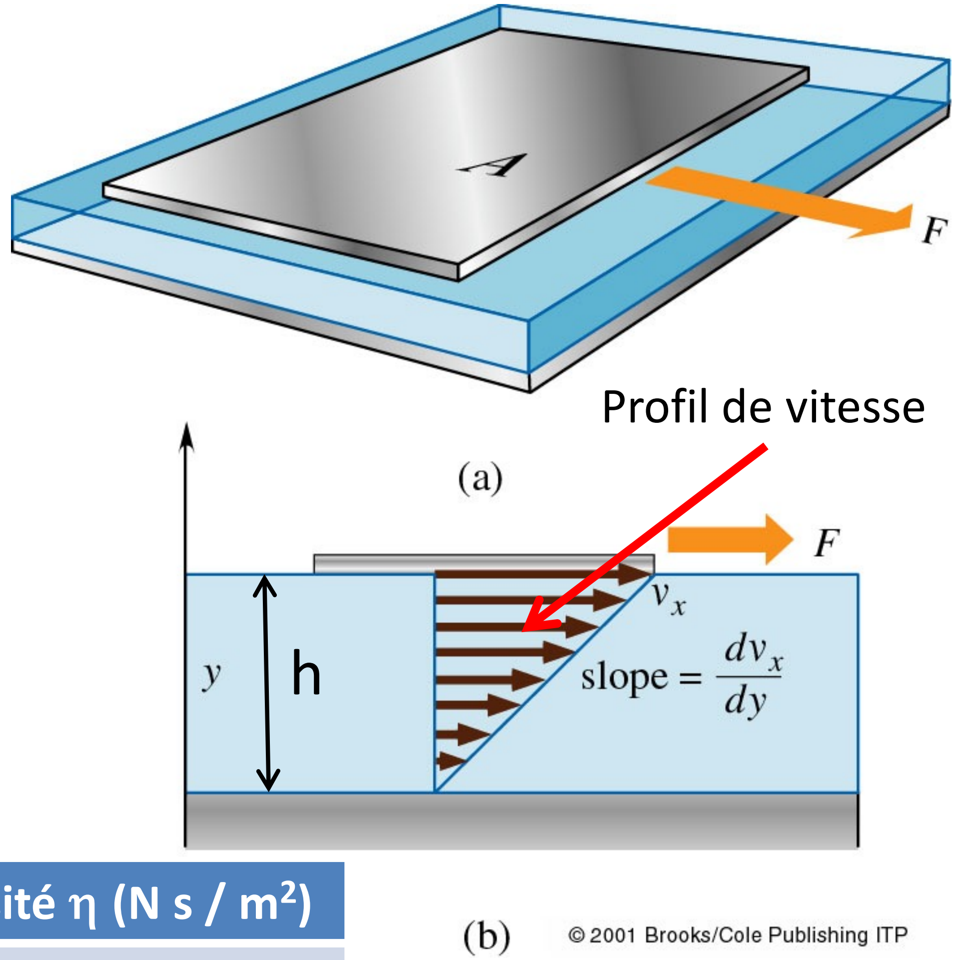
Cf intervention de F. Lador

Viscosité

On fait glisser à vitesse constante *v* une plaque de surface *A* sur un fluide d'épaisseur *h*. Il subit une force de frottement

$$\boxed{\vec{F}_{\text{Frottement}} = -\frac{\eta\ A}{h}\vec{v}}$$

Le signe (–) indique que le frottement est opposé à la vitesse. η est la *viscosité* du fluide, exprimée en N s / m².



Fluide	Viscosité η (N s / m²)	Fluide	Viscosité η (N s / m²)
Air	18×10^{-6}	Huile	0,1
Eau	10^{-4}	Miel	10
Sang	$2,1 \times 10^{-3}$	Beurre	30

Dépend de la température !

Viscosité

Loi de Poiseuille

La *résistance à l'écoulement* du fluide de viscosité η dans un tuyau de longueur *L* et de rayon *R* est

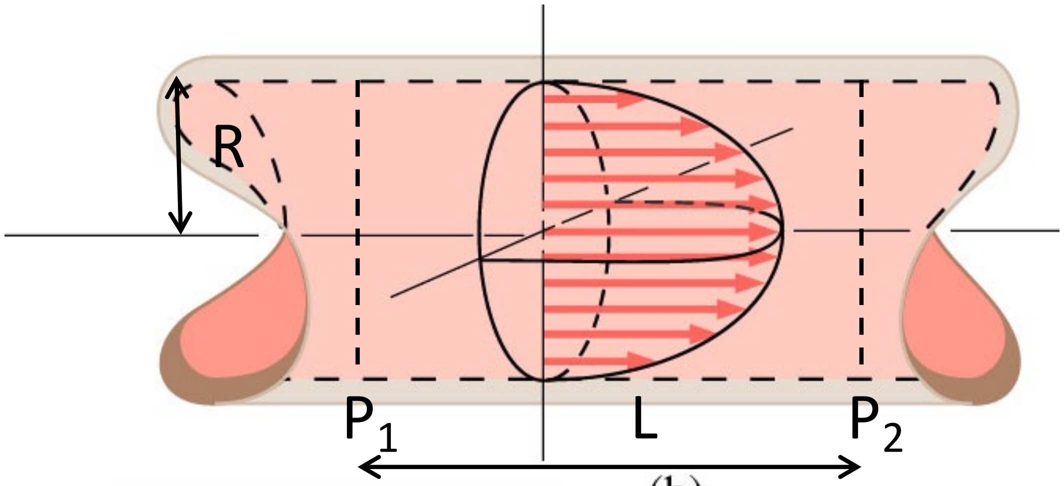
$$\boxed{R_{\text{fluide}} = \frac{\Delta P}{Q} = \frac{8\eta L}{\pi R^4}}$$

Physiologie : *résistance vasculaire*

$\Delta P = P_1 - P_2$: chute de pression

La résistance à l'écoulement R_{fluide} (et donc $\Delta P = Q\, R_{\text{fluide}}$) dépendent très fortement du rayon : $1 / R^4$!

Artériosclérose : ΔP augmente *beaucoup* !!



© 2001 Brooks/Cole Publishing ITP

Écoulement d'un fluide visqueux

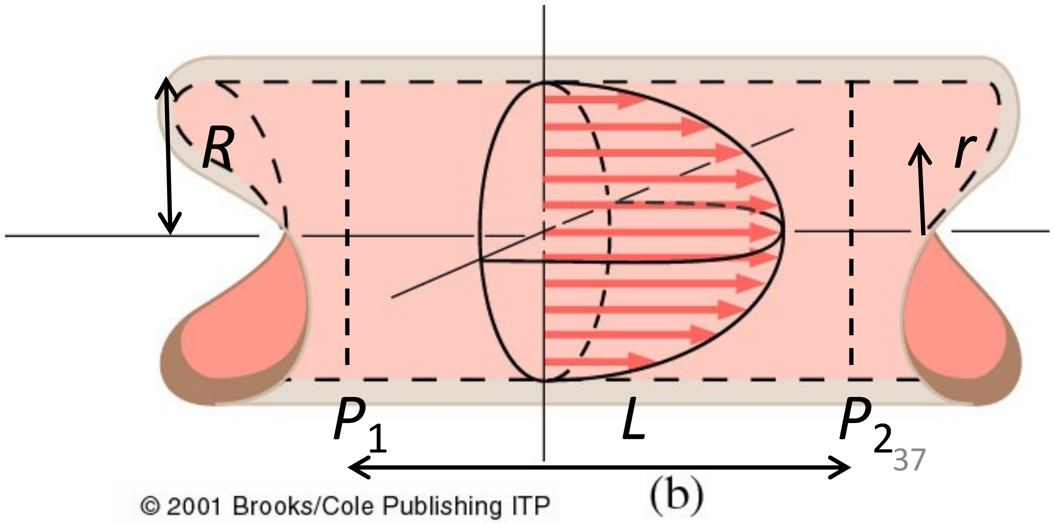
On considère l'écoulement d'un fluide visqueux dans un tuyau de rayon *R* et de longueur *L*. La loi de Poiseuille implique que :

- Le flux est $$\boxed{Q = \frac{\Delta P}{R_{\text{fluide}}} = \frac{\pi \Delta P R^4}{8\eta L}}$$ Pomper fort ⇒ débit élevé
- La vitesse moyenne est $$\boxed{\bar{v} = \frac{Q}{A} = \frac{\Delta P R^2}{8\eta L}}$$

$\Delta P = P_1 - P_2$: chute de pression entre les extrémités du tuyau, ou « perte de charge ».

Circulation pulmonaire : faible ΔP, basse v, circulation systémique grand ΔP, grand v.

Cf intervention F. Lador



© 2001 Brooks/Cole Publishing ITP

Récapitulatif

Loi de Poiseuille : dans un circuit donné

- augmenter la pression augmente le débit partout (donc l'écoulement est plus rapide qu'à basse pression)
- diminuer la section à pression constante diminue le débit

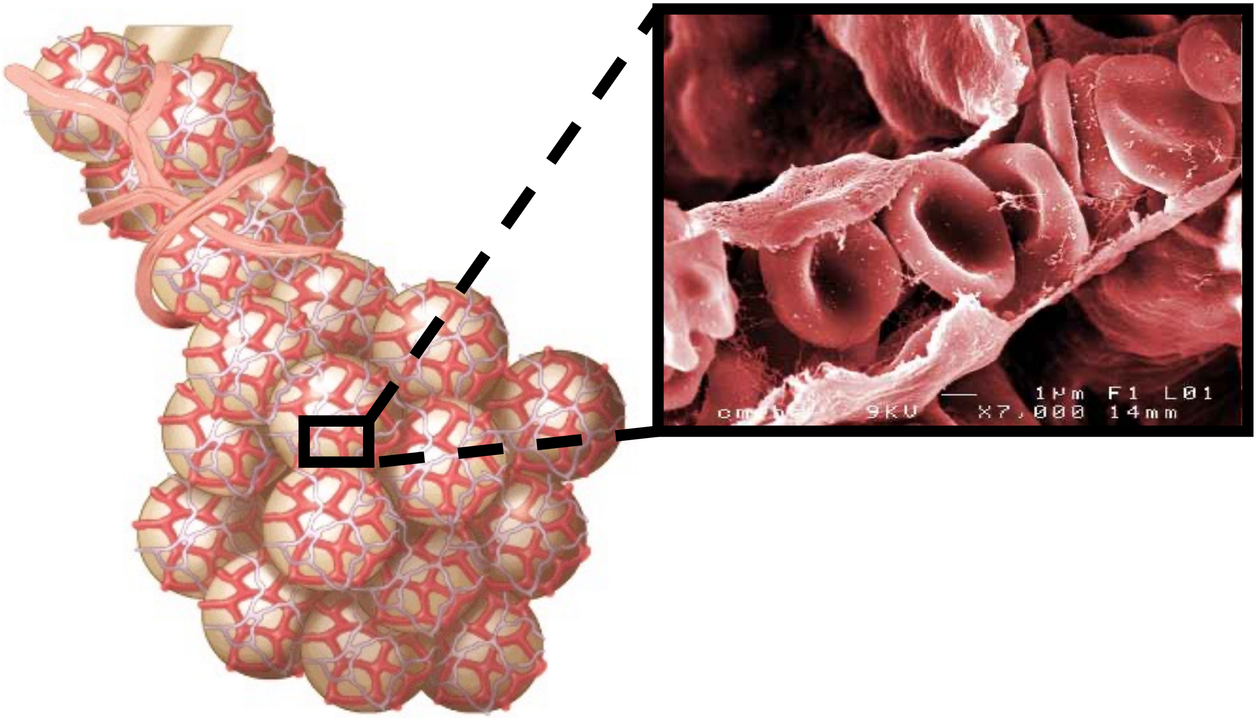
Équation de continuité : entre deux points d'un circuit

- l'écoulement est plus rapide là où la section est plus faible

Équation de Bernoulli : 2$^{\text{ème}}$ loi de Newton sur une tranche du fluide que l'on suit :

- si une tranche du fluide accélère, c'est que la pression qui la pousse en amont est plus forte que celle qui la freine en aval

Application : Irrigation du poumon



Le tapis de capillaires sur les alvéoles offre une grande section totale qui assure un écoulement lent (équation de continuité). Cela permet un échange de O_2 et CO_2 efficace (Diffusion) et une perte de charge modérée malgré la faible section individuelle des capillaires (Poiseuille).

À suivre dans le cours de F. Lador, *Mécanique Ventilatoire*

Écoulement laminaire, écoulement turbulent

On s'est intéressé jusqu'ici à des écoulements laminaires : les lignes de courant sont parallèles, régulières.

Lorsque l'écoulement est trop rapide, l'écoulement devient turbulent. La transition est caractérisée par le nombre de Reynolds

$$\boxed{R_e = \frac{vD\rho}{\eta}}$$

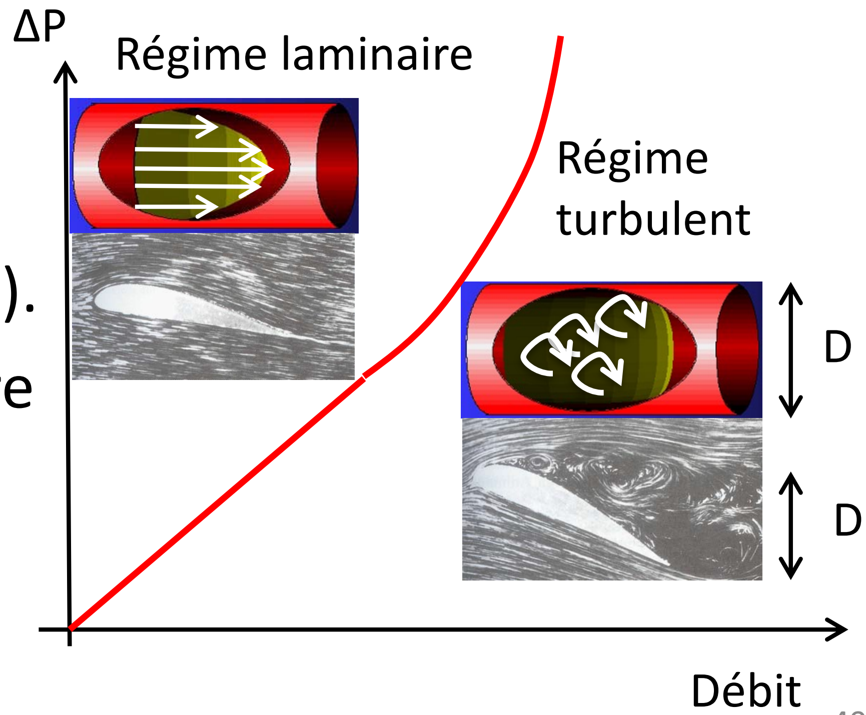
où *D* est la dimension du tuyau ou de l'objet (ex : rayon, diamètre).

$R_e < 2000$: laminaire, R_{fluide} linéaire

$R_e > 3000$: turbulent,

$R_{\text{fluide, turbulent}} > R_{\text{fluide, laminaire}}$

R_e intermédiaire : laminaire *ou* turbulent



Exemple : « prendre la tension »

On écrase l'artère, puis on relâche doucement.

- L'artère s'ouvre un peu : D petit, mais v grand (varie comme $1 / D^2$) : R_e grand, écoulement turbulent donc bruyant, on l'entend au stéthoscope
- Artère toute libérée : D grand, mais v petit ($1 / D^2$) : R_e petit, écoulement laminaire donc silencieux. On cesse de l'entendre au stéthoscope.

Ce sont ces limites qui définissent la mesure de la tension.

$$R_e = \frac{vD\rho}{\eta}$$

Autre exemple : IRM de l'hypertension pulmonaire – *Cf F. Lador*