

# MAGNÉTISME I – Résumé

Les propriétés magnétiques de la matière résultent de la nature quantique de ses constituants. On classifie les matériaux magnétiques en trois grandes catégories:

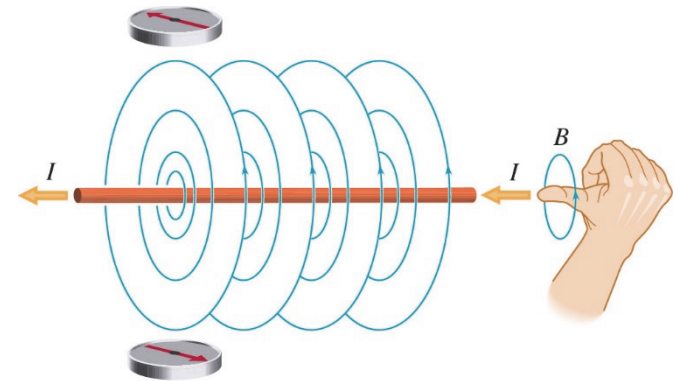
- Diamagnétiques
- Paramagnétiques
- Ferromagnétiques

Notre cours a traité principalement des aspects électrodynamiques du magnétisme et donc de la **génération de champs magnétiques par un courant électrique**

## Loi d'Ampère :

permet de calculer l'intensité du champ magnétique produit par un courant en un endroit donné pour des géométries simples:

$$\oint_{\text{chemin fermé}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$



(b)

© 2001 Brooks/Cole Publishing ITP

# MAGNÉTISME I – Résumé

De l'application de la loi d'Ampère, on a trouvé que le champ magnétique à une distance  $r$  d'un long **fil rectiligne** parcouru par un courant  $I$  est

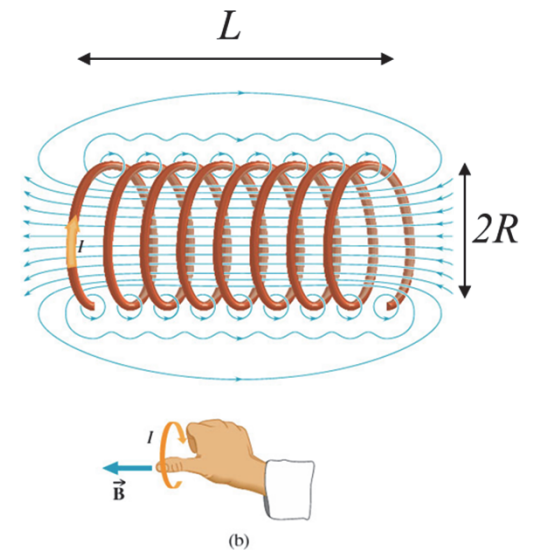
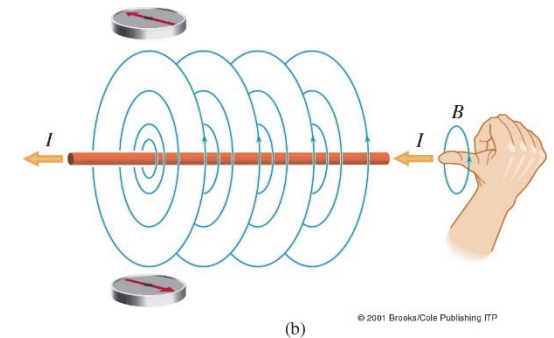
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

et le sens du vecteur champ magnétique est donné par la règle de la main droite.

Enrouler un fil conducteur en solénoïde permet de localement renforcer le champ magnétique. Pour un solénoïde infiniment long l'expression du champ magnétique sur l'axe donnée par la loi d'Ampère est:

$$B_{\parallel} = \mu_0 n I$$

où  $n$  est le nombre de spires par unité de longueur.



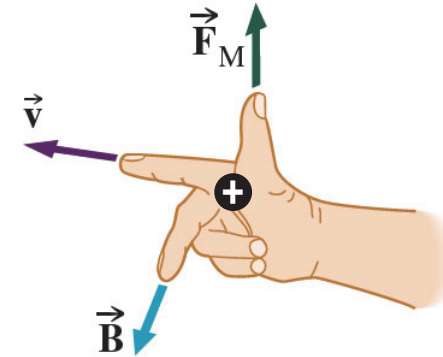
# MAGNÉTISME I – Résumé

## La force de Lorentz :

est la force que subit une particule chargée qui se déplace dans un champ magnétique:

$$\vec{F}_M = q\vec{v} \times \vec{B}$$

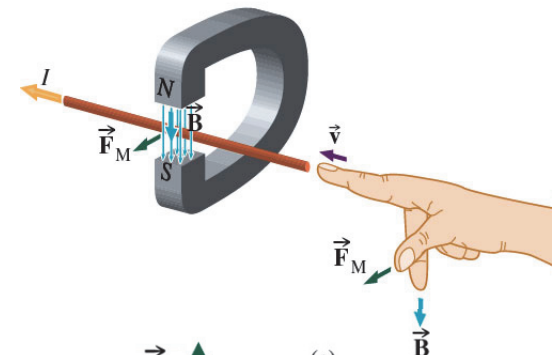
Le sens dépend du signe de la charge!



## La force de Laplace :

est la force qui agit sur un conducteur plongé dans un champ magnétique quand il est parcouru par un courant  $I$ :

$$\vec{F}_M = I\vec{l} \times \vec{B}$$

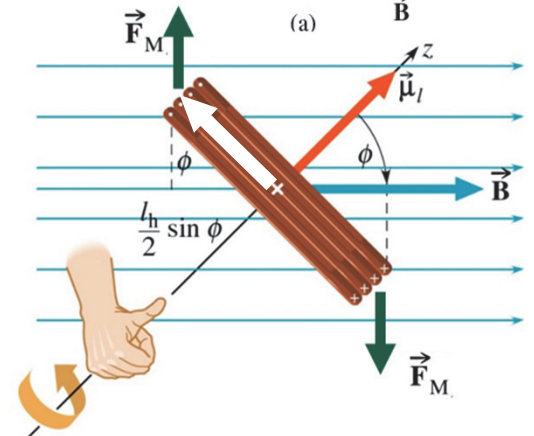


## Moment magnétique dipolaire $\mu_M$

Une spire parcourue par un courant génère un champ magnétique correspondant à celui d'un dipôle magnétique et tend à s'aligner dans un champ magnétique extérieur.

$$\vec{\tau} = \vec{\mu}_M \times \vec{B} \quad \text{avec le moment magnétique dipolaire } \mu_M = NIA$$

où  $A = l_v l_h$  est la surface de la bobine



# MAGNÉTISME II

---

Tension induite

Flux magnétique

Loi de Faraday et loi de Lenz

Générateur de courant continu et alternatif

Inductance

Kane chapitre 20  
Hecht chapitre 22

# Introduction

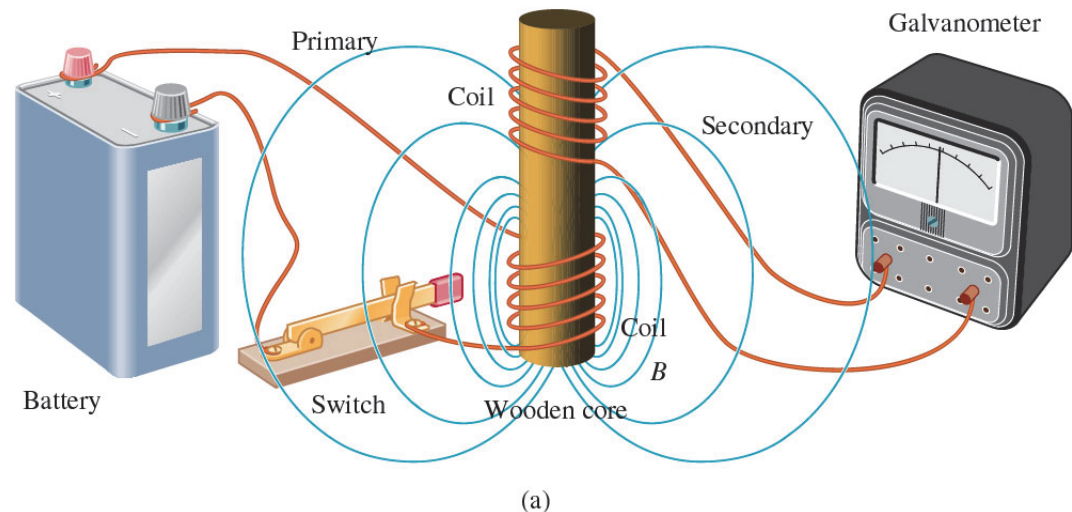
Un courant continu génère un champ magnétique. Il pourrait sembler logique qu'un champ magnétique constant produise un courant continu.

Mais ce n'est pas le cas!

Magnétisme et électricité sont liés par le **mouvement** et le **changement**

La production d'électricité par un champ magnétique variable fut découverte par un effet de transition:

enclencher un courant dans le circuit primaire, engendre une tension aux bornes du circuit secondaire pendant un bref instant.



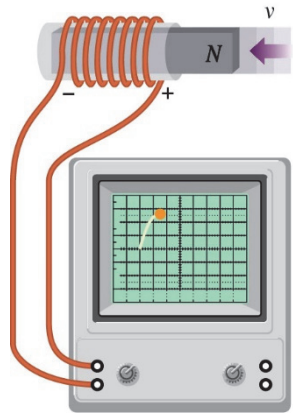
© 2001 Brooks/Cole Publishing ITP

# Induction électromagnétique

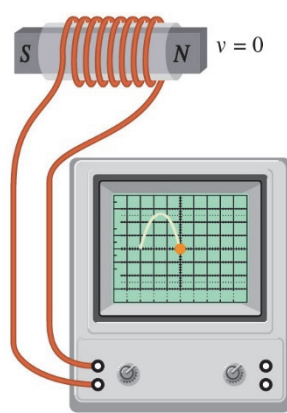
---



# Induction électromagnétique

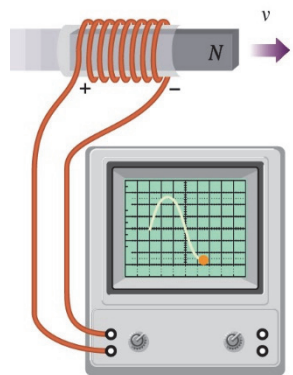


(a) © 2001 Broo

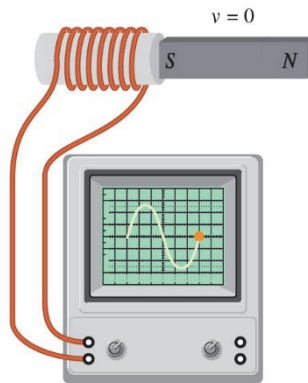


ks/Cole Publishing ITP

(b)



(c) © 2001 Broo



ks/Cole Publishing ITP

(d)

On peut produire un champ  $\vec{B}$  variable en déplaçant un aimant permanent.

La tension entre les bornes d'une bobine en fonction du temps quand un aimant est déplacé à travers son volume peut-être visualisée avec un oscilloscope. Cette tension est appelée parfois force électromotrice induite.

La forme exacte de la courbe dépend des caractéristiques du mouvement. Pour la bobine et l'aimant particuliers ci-contre:

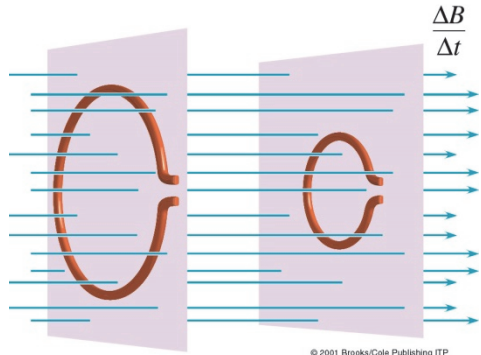
- ▶ Approcher le pôle  $S$  induit une tension positive.
- ▶ Au repos de l'aimant, la tension est zéro.
- ▶ Éloigner le pôle  $S$  induit une tension négative.

L'amplitude de la tension est d'autant plus grande que le mouvement de l'aimant est rapide.

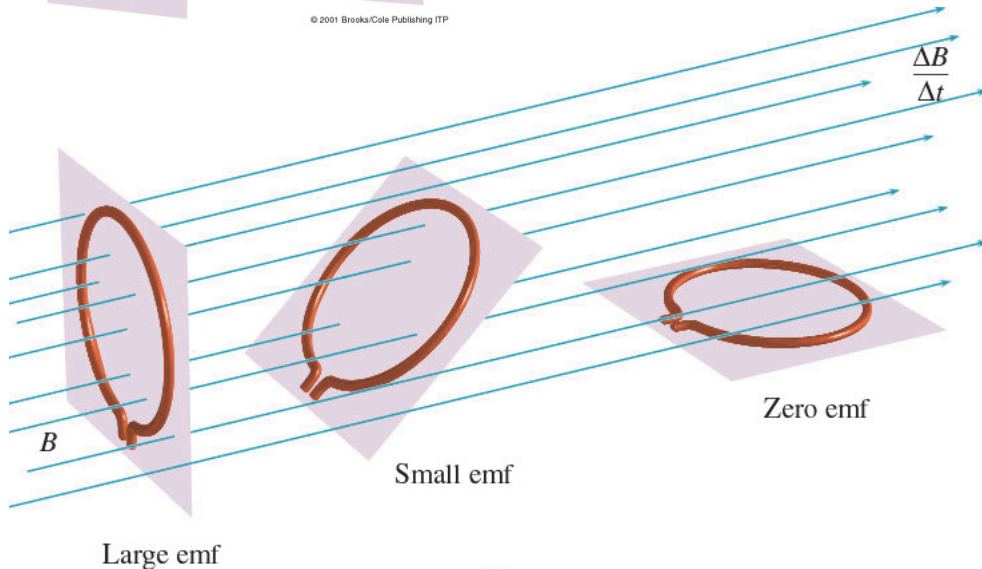
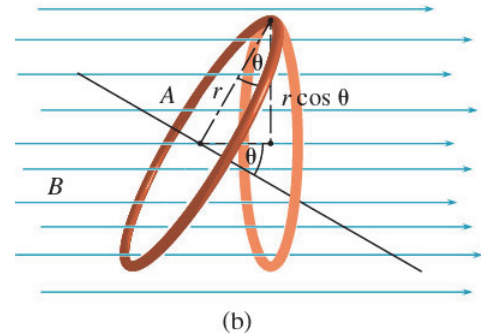
*L'amplitude dépend du taux de variation de  $B$ , le signe dépend de l'orientation de l'aimant.*

# Induction électromagnétique

Quand un **champ magnétique uniforme et variable dans le temps** traverse deux spires métalliques, la plus grande *tension* est mesurée aux bornes de la plus grande spire.



La *tension induite* est proportionnelle à  $A_{\perp}$ , la surface de la spire perpendiculaire aux lignes de champ  $B$ .



Quand la spire est inclinée, la surface  $A_{\perp}$  que présente la spire perpendiculairement au champ varie comme  $\cos\theta$ .

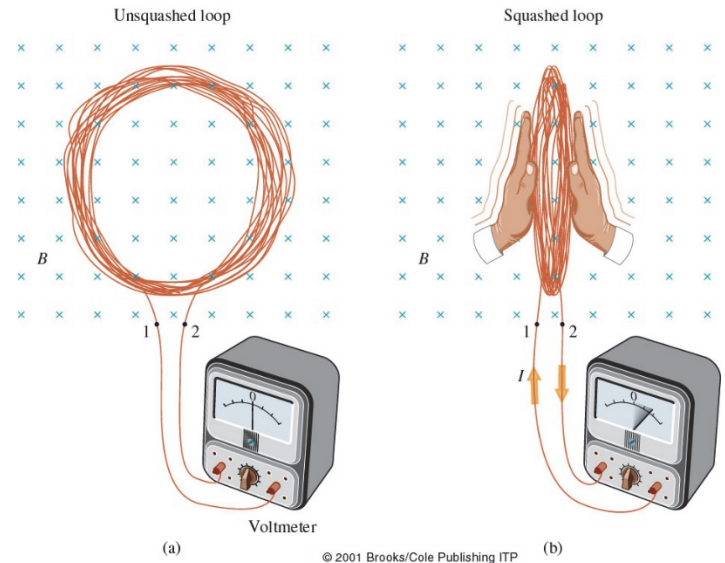
Si  $\theta = 90^\circ$ ,  $A_{\perp} = 0$  : aucun champ ne traverse la spire et la *tension* est nulle.

*tension*  $\propto A_{\perp}$  quand  $dB / dt \neq 0$

# Le flux magnétique

Pour un champ  $B$  uniforme et constant, on observe une *tension induite* proportionnelle au taux de variation de la surface perpendiculaire au champ magnétique, c'est-à-dire  $V_{\text{induite}} \propto \Delta A_{\perp} / \Delta t$ .

Ces observations suggèrent que la *tension induite* dépend du taux de variation du produit du champ magnétique  $B$  et de la surface  $A_{\perp}$  perpendiculaire à ce champ.



Cette quantité s'appelle *flux du champ magnétique* et s'écrit:

$$\Phi_M = B_{\perp} A = BA_{\perp} = BA \cos \theta \quad \text{ou plus généralement:}$$

$$\Phi_M = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

L'unité SI du flux magnétique est le Weber:  $1 [\text{Wb}] = 1 [\text{Tm}^2]$ .

On peut exprimer le champ  $B$  en  $\text{Wb/m}^2$ , qui est l'ancien nom du Tesla ( $1 \text{Wb/m}^2 = 1 \text{T}$ ).

# La loi d'induction de Faraday

Les expériences précédentes ont une chose en commun: une *tension* est induite quand le flux du champ magnétique varie dans le temps.

$$V_{\text{induite}} = -\frac{\Delta\Phi_M}{\Delta t} \quad \text{si } \Delta t \rightarrow 0 \quad \text{on a } V_{\text{induite}} = -\frac{d\Phi_M}{dt} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Nous verrons l'origine et la signification du signe négatif un peu plus loin.

## Loi d'Induction de Faraday

La *tension induite*  $V_{\text{induite}}$  dans un circuit est directement proportionnelle au taux de variation du flux magnétique à travers ce circuit.

Dans une bobine formée de  $N$  spires, les tensions de chaque spire sont en série et s'additionnent:

$$V_{\text{induite}} = -N \frac{d\Phi_M}{dt}$$

La **loi d'induction de Faraday** est une des équations fondamentales de l'électromagnétisme. Elle résume des observations et **ne peut être établie à partir d'une autre loi.**

# La loi d'induction de Faraday – Exemple

---

**QUESTION :** Une bobine plate et circulaire de 200 tours et  $100 \text{ cm}^2$  de section est soumise à un champ magnétique perpendiculaire et uniforme de  $0.50 \text{ T}$  qui traverse toute sa surface.

- a) Si le champ est supprimé de façon qu'il s'annule au bout de  $200 \text{ ms}$ , quelle est la *tension induite* moyenne ?
- b) Si la bobine a une résistance de  $25 \Omega$ , quel est le courant induit ?

**SOLUTION :** a) Le champ magnétique  $B$  est homogène et traverse toute la surface de la bobine perpendiculairement; le flux initial vaut:

$$\Phi_M = BA_{\perp} = BA = (0.5\text{T})(0.01\text{m}^2) = 0.005\text{Tm}^2$$

Le flux final vaut 0, et  $\Delta\Phi_M = -0.005\text{Tm}^2$ . La loi de Faraday implique :

$$V_{\text{induite}} = -N \frac{\Delta\Phi_M}{\Delta t} = -200 \frac{(-0.005\text{Tm}^2)}{0.200\text{s}} = 5.0\text{V}$$

b) La loi d'Ohm permet de trouver le courant induit :  $I = \frac{V}{R} = \frac{5.0\text{V}}{25\Omega} = 0.2\text{A}$

# La loi de Lenz

On peut varier le flux de plusieurs façons:

- ▶ le **champ** peut être augmenté, réduit, déplacé ou incliné;
- ▶ la **surface** du circuit peut être augmentée, réduite, déplacée ou inclinée dans le champ.

$$V_{\text{induite}} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

La signification du signe négatif dans la loi d'induction de Faraday est la suivante:

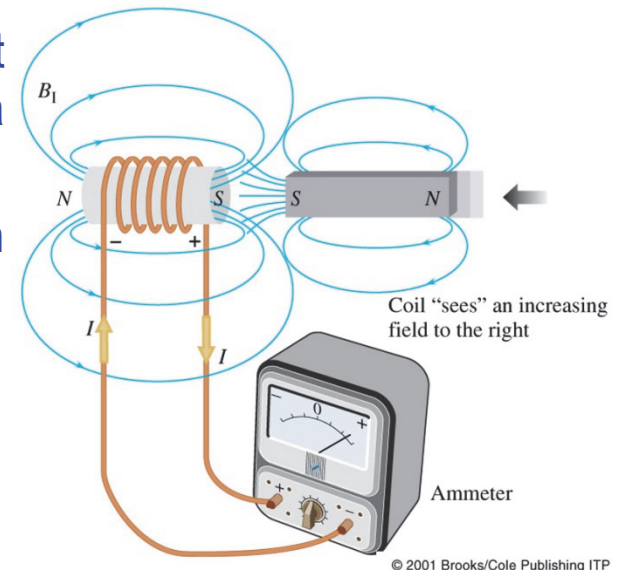
## Loi de Lenz

La tension induite génère un courant qui s'oppose au changement qui en est la cause.

**Illustration pratique:** Soit une bobine stationnaire et un aimant permanent mobile. Approcher l'aimant de la bobine expose la bobine à un champ croissant dirigé vers la droite, et  $d\Phi/dt > 0$ .

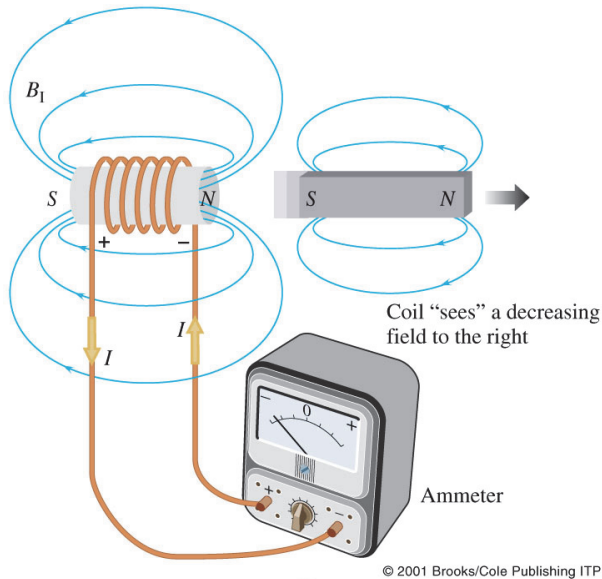
La bobine réagit en développant une tension apte à produire un courant qui induit un champ magnétique  $B_I$  qui s'oppose à  $d\Phi/dt$  :

- ▶  $B_I$  est dirigé vers la gauche.
- ▶ La borne positive de la tension est à droite.
- ▶ La bobine veut repousser l'aimant qui approche.



© 2001 Brooks/Cole Publishing ITP

# La loi de Lenz



Quand on éloigne l'aimant, le champ diminue et  $d\Phi/dt < 0$ .

A nouveau, la bobine réagit en développant une tension apte à produire un courant qui induit un champ magnétique  $B_I$  qui s'oppose à  $d\Phi/dt$ :

- ▶  $B_I$  est dirigé vers la droite.
- ▶ La borne négative de la tension est à droite.
- ▶ La bobine veut retenir l'aimant qui s'éloigne.

Une autre manière d'analyser la loi de Lenz est de faire appel à la conservation de l'énergie

L'agent externe qui déplace l'aimant doit surmonter la contre-force exercée par la bobine. Le travail qu'il effectue se transforme en énergie électrique qui génère et maintient un courant induit. Le champ magnétique joue le rôle d'intermédiaire dans ce processus: la force magnétique elle-même n'effectue pas de travail.

La force externe travaille contre la tension induite, et on assiste à un transfert d'énergie du travail externe en énergie potentielle électrique du système.

# Induction par le mouvement

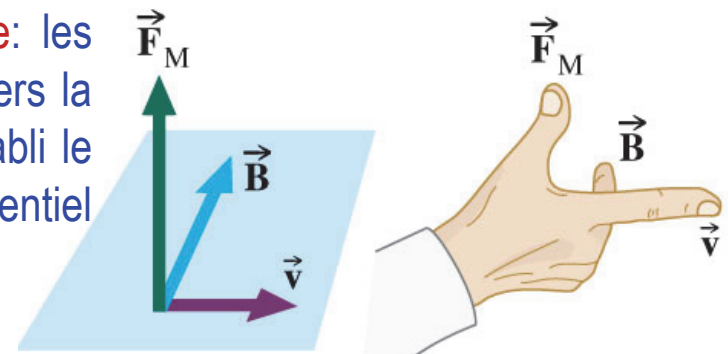
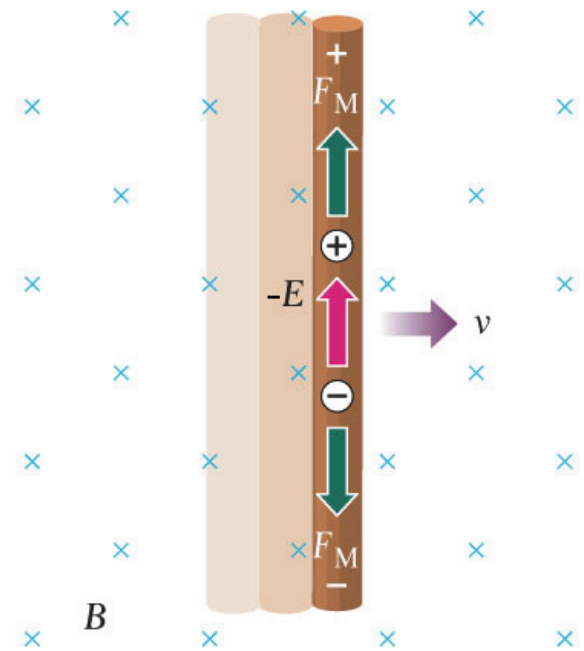
Supposons qu'on déplace un segment de fil conducteur de longueur  $l$  à la vitesse  $v$  perpendiculairement à un champ magnétique uniforme. Les porteurs de charge mobiles sont entraînés avec le fil à la même vitesse  $v$ .

En se déplaçant dans le champ, ils subissent une force

$$\vec{F}_M = q\vec{v} \times \vec{B}$$

parallèle au fil. Si les porteurs de charge sont positifs, ils se déplacent vers le haut. S'ils sont négatifs (électrons), ils se déplacent vers le bas.

Le segment de fil se comporte donc comme **une pile**: les charges négatives sont poussés de la borne positive vers la borne négative à l'intérieur de la pile. Une tension s'établit le long du fil, dont l'extrémité supérieure se trouve à un potentiel plus élevé que l'extrémité inférieure.



© 2001 Brooks/Cole Publishing ITP

# Induction par le mouvement

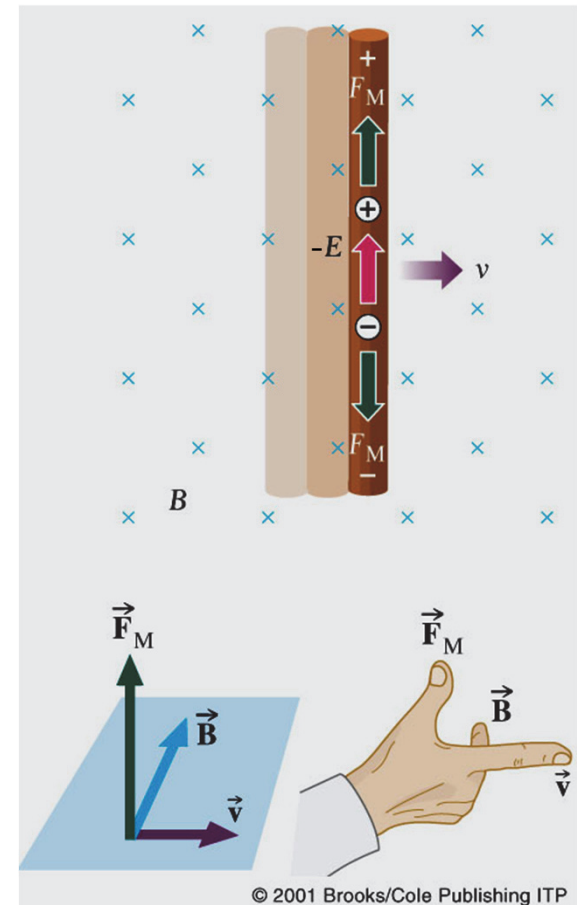
Si le circuit n'est pas fermé, la tige déplacée se comporte comme une pile qui ne débite pas de courant. La tension due au mouvement est la variation de l'énergie potentielle d'une charge positive unité, c'est-à-dire le travail nécessaire pour la déplacer de la borne négative à la borne positive\*. Ce travail est fait par la force de Lorentz,  $F_M = qvB$ , qui agit le long de la tige,  $W = F_M l = qvBl$ .

La tension induite est:  $V_{\text{induite}} = vBl$

\*électrostatique:  $W = \Delta E_p = q \Delta V$

Ici, le fil se déplace perpendiculairement au champ magnétique,  $\theta = 90^\circ$  et  $\sin\theta = 1$ . Seule la composante de  $\vec{v}$  normale à  $\vec{B}$  produit une force magnétique. Nous devons donc remplacer  $v$  par  $v_{\perp} = v \sin \theta$ .

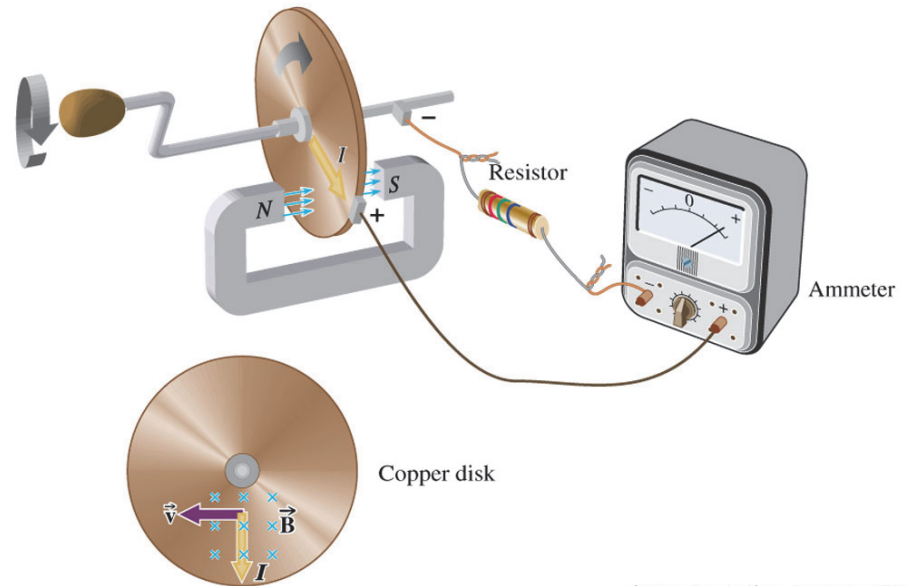
Le déplacement des charges continue jusqu'à atteindre un équilibre entre la force magnétique et la force électrostatique. Cet équilibre est atteint quand la force électrique due à la tension,  $F_E = qE = qV/l$  ( $E = V/l$ ), égale la force de Lorentz  $F_M = qvB$ , c'est-à-dire quand  $E = vB$ . Si le mouvement du fil cesse, la tension retombe à zéro.



# Générateurs – la dynamo

Le premier **générateur** conçu par Faraday en 1831 utilisait la **force de Lorentz** sur des charges maintenues en mouvement pour générer **une tension et un courant continu**.

En tournant la manivelle, on donne une vitesse  $\vec{v}$  aux charges dans le disque métallique qui tourne dans le champ magnétique.



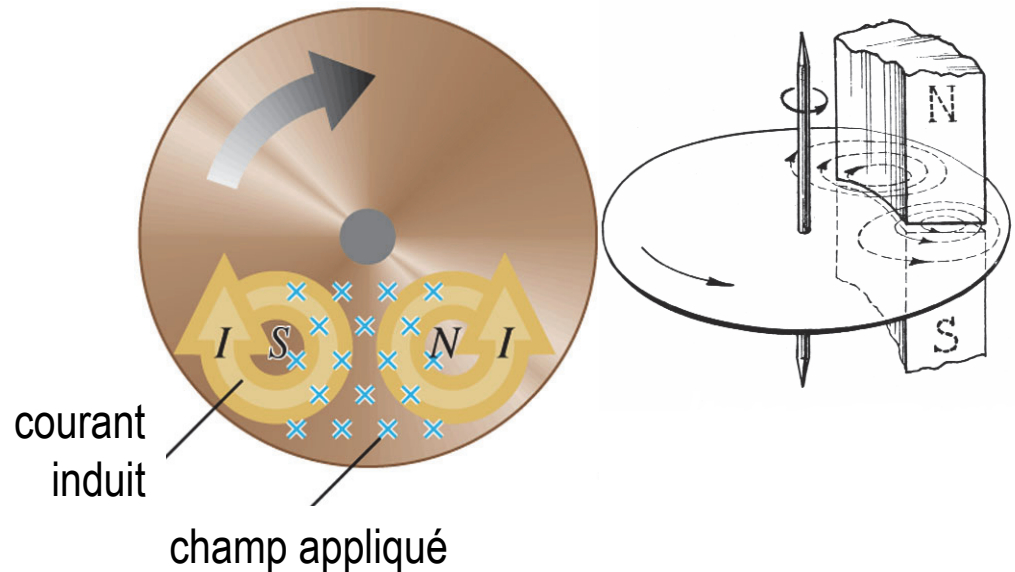
© 2001 Brooks/Cole Publishing ITP

Ces charges subissent une force  $q\vec{v} \times \vec{B}$  radiale, dirigée vers l'axe pour les charges négatives, vers la périphérie pour les charges positives. Il se crée alors un courant vers la périphérie qui se retrouve à un potentiel plus élevé que l'axe. Tant que le disque tourne à vitesse constante, la tension induite est constante. Le travail effectué pour faire tourner le disque est transformé en énergie électrique.

**Ce dispositif est un générateur de courant continu, appelé dynamo.**

# Courants de Foucault

Si un conducteur étendu se déplace par rapport à un **champ magnétique** qui n'est **pas uniforme** sur toute l'étendue du conducteur, ou si les points du conducteur se déplacent à des **vitesse différentes** par rapport au **champ** (par exemple dans un mouvement de rotation), des courants sont induits à l'intérieur du conducteur. Ces courants circulent en boucles fermées et sont appelés **courants de Foucault**.



Ces courants causent des champs magnétiques qui s'opposent à la variation du flux du champ extérieur, en accord avec la règle de Lenz. Ils vont **freiner la rotation** de l'objet. Ces courants et leur effet de freinage sont présents partout où des conducteurs se déplacent dans un champ magnétique inhomogène, y inclus le champs terrestre.

Pour empêcher ces courants, on peut structurer les conducteur dans la direction du mouvement.

# Courants de Foucault

---

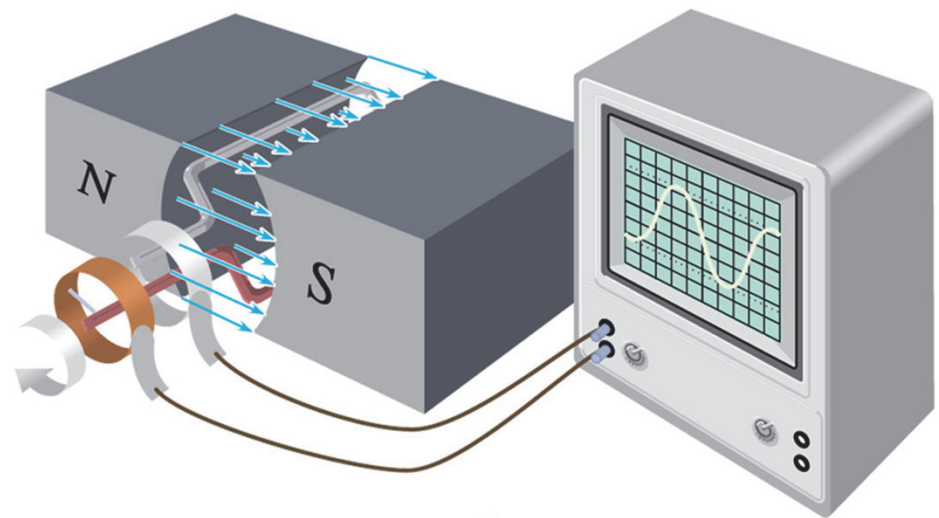


# Générateur de courant alternatif

Presque tous les courants électriques commerciaux sont produits par des machines à induction, utilisant la **rotation relative entre des bobines et des champs magnétiques**. L'énergie extérieure utilisée est très diverse, la dernière étape étant souvent une turbine à vapeur. Le principe de ces générateurs est illustré ci-dessous:

Une bobine de plusieurs tours d'un fil métallique enroulé sur une armature en fer est mise en rotation dans le champ constant d'un aimant permanent ou électro-aimant.

Des balais métalliques, qui frottent contre deux bagues collectrices connectés avec les bornes de la bobine, permettent de collecter le courant induit.

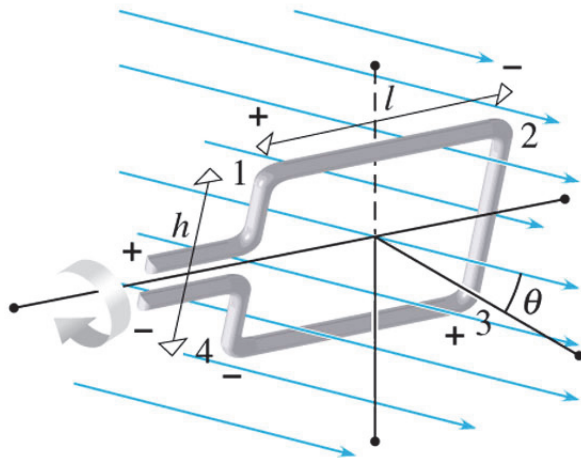


© 2001 Brooks/Cole Publishing ITP

# Générateur de courant alternatif

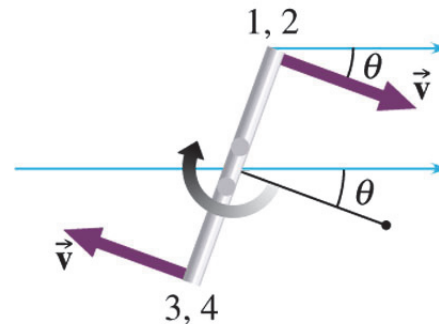
Lorsque la bobine rectangulaire tourne, les segments (12) et (34) de longueur  $l$  se déplacent dans le champ à une vitesse égale et opposée. La tension induite dans le segment (12), qui se déplace à une vitesse  $v_{\perp} = v \sin\theta$  par rapport à  $B$ , est :

$$V_{12} = v_{\perp} Bl = v \sin \theta Bl$$



(c)

© 2001 Brooks/Cole Publishing ITP



(d)

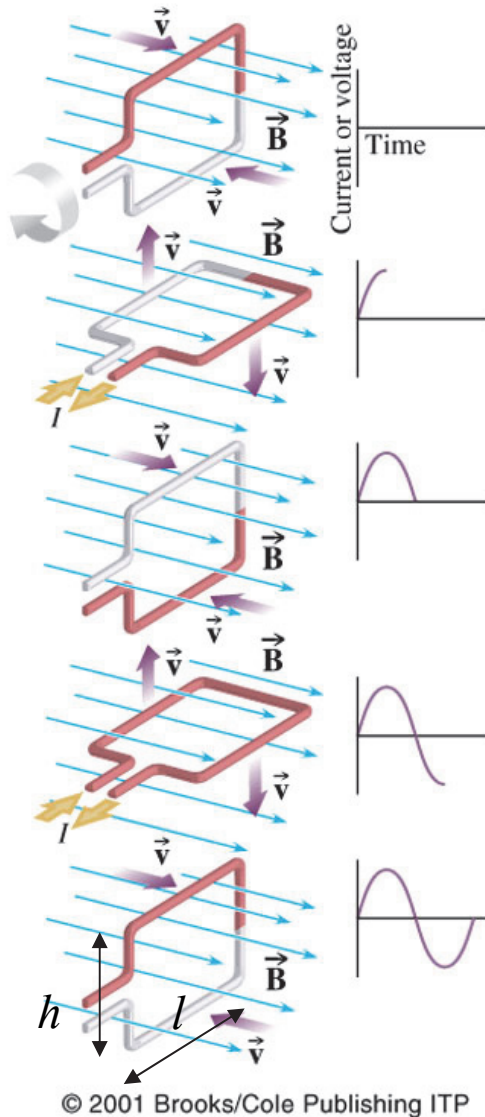
À l'instant représenté,  $\vec{v} \times \vec{B}$  dans (12) est dirigé vers 1, qui se trouve alors à un potentiel plus élevé.

La même tension est induite dans le segment (34), avec le point 3 au potentiel plus haut (la force de Lorentz est dans le sens opposé).

Le système correspond à 2 piles en série, et la tension totale ( $V_{14} = V_{12} + V_{34}$ ) induite dans une spire devient :

- $V_{14} = 2vBl \sin\theta$ , avec le point 4 négatif et le point 1 positif.
- La polarité s'inverse dès que  $\theta > 180^\circ$ .

# Générateur de courant alternatif



Le cadre rotatif ci-contre produit une tension alternative.

Pour une bobine de  $N$  tours, la tension est multipliée par  $N$ :

$$V = N2Blv \sin \theta$$

La vitesse de rotation  $v$  d'une charge sur les segments (12) et (34) est reliée à la vitesse angulaire  $\omega$  par  $v = r\omega$ , avec  $r = h/2$

Si  $\omega$  est constante, le déplacement angulaire est  $\theta = \omega t$ .

Comme la surface de la spire est  $A = lh$ , nous avons:

$$lv = lr\omega = l(h/2)\omega = A\omega/2$$

La tension s'écrit alors:

$$V = NBA\omega \sin \omega t$$

Indépendamment de sa forme, la tension est alternative avec une fréquence  $f = \omega / 2\pi$ .

La fréquence de la tension du secteur est 50Hz en Europe, mais 60Hz aux USA et au Canada.

# Générateur de courant alternatif

---



# Inductance

---

Une tension est induite dans une bobine exposée à un champ magnétique variable.

Une source de tension variable aux bornes d'une bobine crée un champ magnétique variable dans la bobine.

**QUESTION :** Est-ce qu'une bobine s'auto-induit une tension qui s'oppose au changement de la tension externe, par le biais de son propre champ ?

La réponse est OUI !

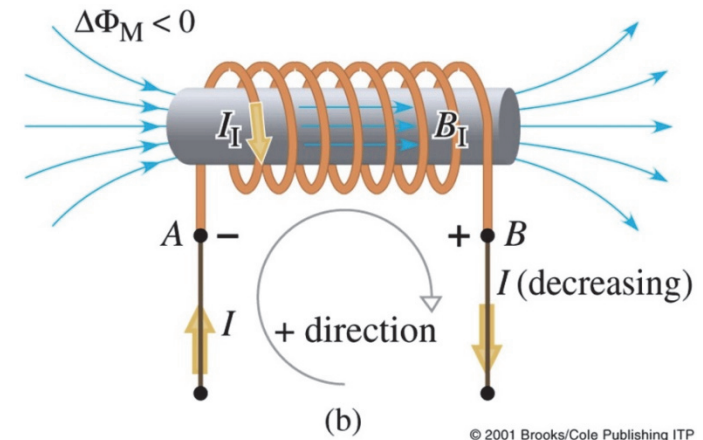
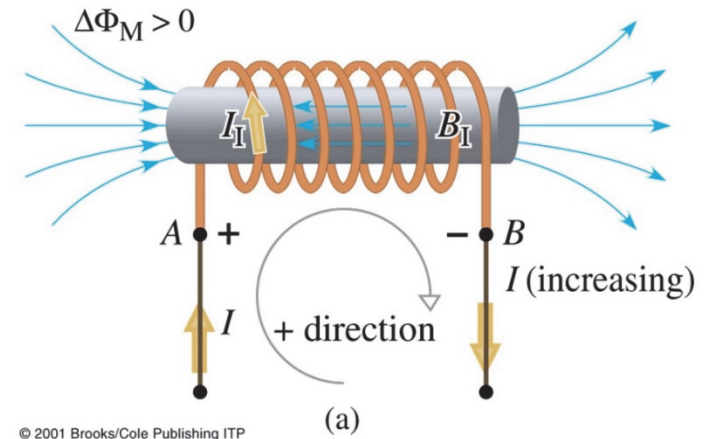
**CONSEQUENCE :** Le champ de la bobine produit en son sein un flux variable qui crée une tension induite. La loi de Lenz impose que la **tension induite** doit s'opposer à la cause qui lui donne naissance: c'est la **tension auto-induite**. Le courant ne s'établit pas instantanément lorsqu'on branche une bobine aux bornes d'une pile. Le changement positif du courant est freiné par la tension auto-induite. De même, lorsqu'on coupe le circuit, le courant diminue progressivement, car sa diminution est freinée par une tension auto-induite additionnelle.

Ce processus **d'auto-induction retarde** donc l'augmentation et la diminution de tout courant dans une bobine, et à un degré moindre dans tout circuit, dans les câbles, lignes de transmission etc.

# Inductance

Supposons qu'un courant entre dans une bobine par la borne  $A$  et en ressort par la borne  $B$ .

- Quand le **courant  $I$  augmente**, le **flux magnétique dans la bobine augmente**. Le **courant auto-induit dans la bobine  $I_I$  circule de  $B$  à  $A$**  et s'oppose à l'augmentation du courant  $I$ . Alors,  **$d\Phi/dt$  est positif** et l'auto-induction cause une chute du potentiel aux bornes avec  $V_A > V_B$ .
- Quand le **courant  $I$  diminue**, le **flux magnétique dans la bobine diminue**. Le **courant auto induit  $I_I$  circule de  $A$  à  $B$**  et s'oppose à la diminution du courant  $I$ . Alors,  **$d\Phi/dt$  est négatif**, et l'auto-induction cause une **augmentation du potentiel** avec  $V_B > V_A$ .



# Inductance d'un long solénoïde creux

---

Pour définir l'auto-inductance d'une bobine formée de  $N$  spires, notons que le flux à travers une seule spire est proportionnel au courant :  $\Phi_M \propto I$ .

Le flux total à travers cette bobine étant  $N\Phi_M$ , on peut donc écrire:

$$N\Phi_M \propto I \quad \rightarrow \quad N\Phi_M = LI$$

La **constante de proportionnalité**  $L$  est le coefficient d'**auto-induction** ou **inductance** de la bobine ou d'un circuit en général. L'unité SI de l'inductance est le Henry [H].

$L$  dépend de la taille et de la forme de la bobine et du matériau qu'elle contient. Pour calculer l'inductance d'un long solénoïde vide de longueur  $l$ , de  $n$  tours par unité de longueur,  $N = nl$ , et de section  $A$ , nous rappelons que:

$$B_z \approx \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{l} I$$

En supposant que  $B_z$  est uniforme à l'intérieur du solénoïde, on obtient une estimation de  $L$ :

$$N\Phi_M = LI \quad \rightarrow \quad L = \frac{N\Phi_M}{I} = \frac{NBA}{I} \approx \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

# Tension auto-induite

---

La loi d'induction de Faraday peut aussi être appliquée à l'auto-induction. Le résultat est une expression de la tension auto-induite moyenne:

$$V_L = -N \frac{d\Phi_M}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt}$$

Si l'inductance  $L$  est constante:

$$V_L = -L \frac{dI}{dt}$$

La tension auto-induite instantanée est proportionnelle au taux de variation du courant dans la bobine.

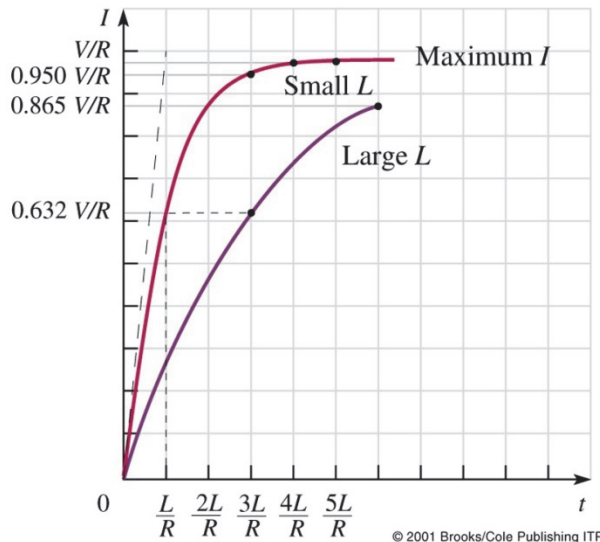
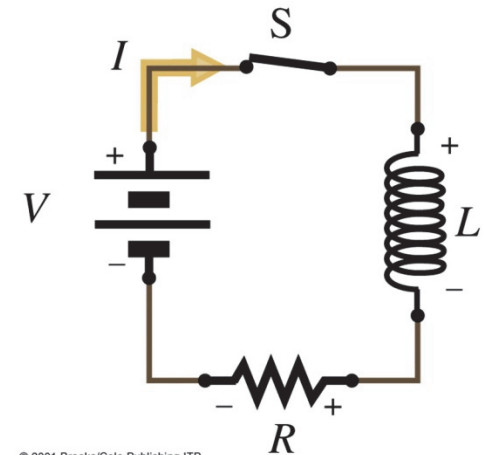
Le sens positif est celui de  $I$ . Une inductance de 1H produit une tension auto induite de 1V lorsque le courant qui la traverse varie avec un taux de 1A/s.

# Circuits $RL$

Un circuit  $RL$  consiste en une inductance  $L$  et une résistance  $R$  en série. L'inductance et la source de tension (la pile) sont supposés avoir des résistances ohmiques négligeables par rapport à  $R$  (sinon on additionne leurs résistances internes à  $R$ ).

Dès que l'interrupteur est fermé, un courant croissant commence à circuler dû à la pile. Ce dernier est contrarié par la tension auto-induite dans l'inductance. La tension totale à chaque instant est:

$$V - L \frac{dI}{dt} - RI = 0 \rightarrow L \frac{dI}{dt} = V - RI$$

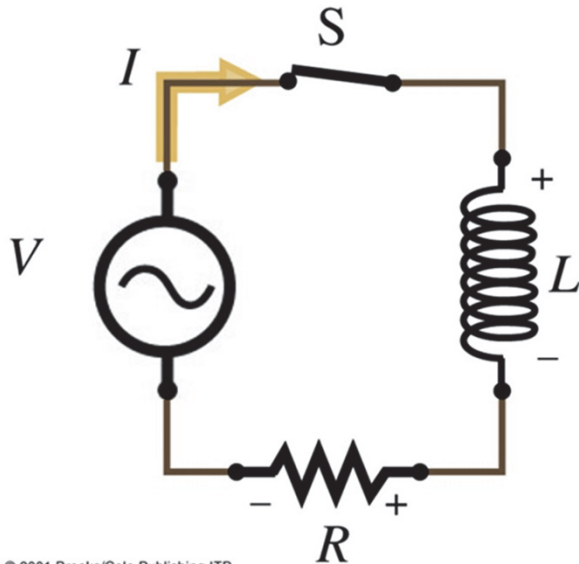


En intégrant l'équation ci-dessus par rapport au temps, on trouve une dépendance de  $I(t)$  semblable à celle de  $V(t)$  pour un condensateur:

$$I(t) = \frac{V}{R} (1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{avec} \quad \tau = L / R$$

Le courant atteint sa valeur d'équilibre  $V/R$  exponentiellement, avec une constante de temps  $\tau = L/R$ .

# Inductance en courant alternatif

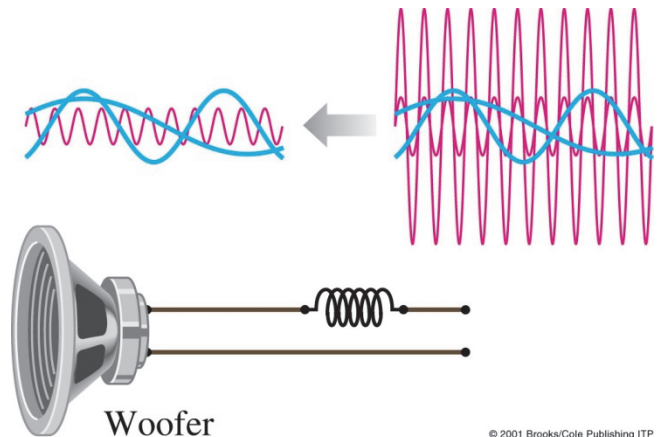


© 2001 Brooks/Cole Publishing ITP

Une inductance s'oppose à un courant alternatif mais laisse passer sans entrave un courant continu. Cette "résistance au courant alternatif" ou **impédance inductive** augmente donc à la fois avec la fréquence du courant et avec la valeur de l'inductance.

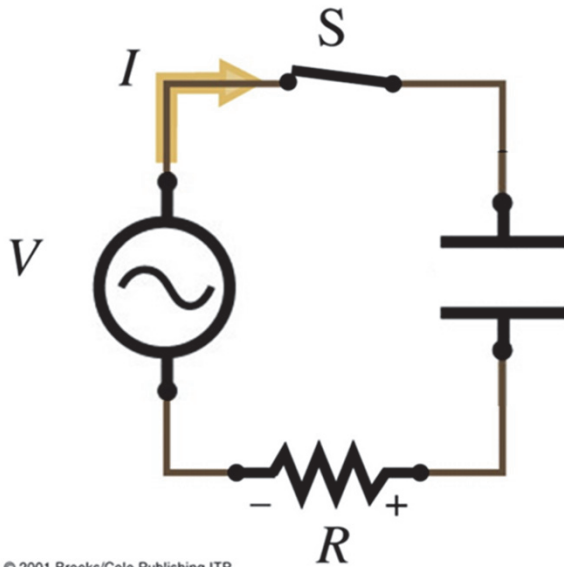
En contraste avec la résistance ohmique, qui est indépendante de la fréquence, l'impédance inductive est plus importante pour les hautes fréquences que pour les basses fréquences.

L'inductance se comporte alors comme un filtre ne laissant passer que les fréquences  $f$  inférieures à  $f_c = 1/\tau = R/L$ .  $f_c$  est appelée **fréquence de coupure**. Ce filtre est beaucoup utilisé en électro-acoustique (HiFi, radio, etc..).



© 2001 Brooks/Cole Publishing ITP

# Condensateur en courant alternatif

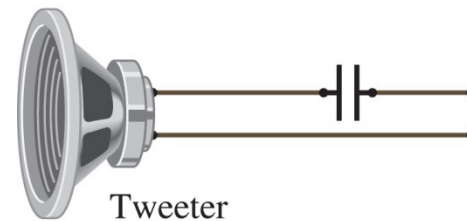
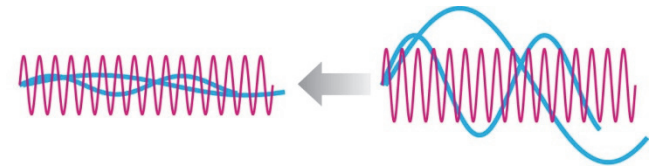


Rappelons qu'un condensateur a un comportement opposé. Après le branchement, les charges s'accumulent sur les armatures jusqu'à ce que leur répulsion empêche l'arrivée de nouvelles charges. En autres termes, un potentiel apparaît aux bornes du condensateur et augmente jusqu'à ce que il ne laisse plus passer le courant après un temps de l'ordre de  $\tau = RC$ .

On en déduit que une tension alternative de basse fréquence  $f$  ne pourra donc pas passer le condensateur.

Le condensateur se comporte donc comme un filtre ne laissant passer que les fréquences  $f$  supérieures à la fréquence de coupure  $f_c = 1/\tau = 1/RC$ .

On utilise des condensateurs comme filtres pour supprimer les basses fréquences dans un signal mixte.



© 2001 Brooks/Cole Publishing ITP

---

# PROCHAINE SÉANCE D'EXERCICES

**Mardi 10 Février 13:15 – 15:00**

**Salles Müller et S1-S2**