Physique Générale A

Série d'exercices 1: Cinématique - corrigé - 30 septembre 2025

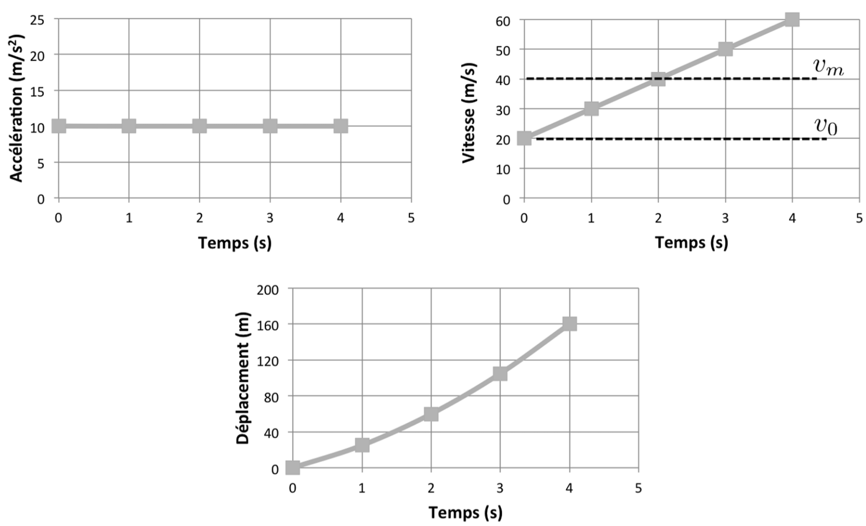
Remarque : les exercices au format QCM devraient être réalisables en 2 minutes environ. Des exercices plus longs sont proposés afin d'approfondir vos connaissances. Ceux-ci font toutefois partie du champ de l'examen.

1.) **Questions de cours**

A. Vrai. Par exemple, la vitesse d'une voiture roulant de Genève à Lausanne est $v = 120$ km/h ou $v = -120$ km/h selon que l'on choisit d'orienter le sens de l'axe des positions de Genève à Lausanne ou inversement. Puisque la vitesse est la dérivée de la position, son signe dépend de la convention choisie pour orienter l'axe des positions.

B. Faux. C'est l'accélération qui décrit les variations de la vitesse. Le signe négatif indique que le sens de la vitesse est opposé au sens de l'axe des positions.

C. Vrai. Dans ce cas, l'accélération est constante et la variation de la vitesse est la meme à chaque instant. Si on néglige les frottements de l'air, c'est le cas de la chute libre. Ci-dessous : accélération, vitesse et déplacement dans le cas d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré dans le temps [A. Sfyrla, Physique générale C, 2017].



D. Faux. Par définition, l'accélération centripète est perpendiculaire à la vitesse et dirigée vers l'intérieur de la courbe.

2.) **Vitesse**

D. vrai La vitesse instantanée d'un objet est définie comme la dérivée de la position de l'objet par rapport au temps:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

On cherche à calculer cette dérivée, pour obtenir une fonction du temps t. On pourra ensuite remplacer t par la valeur donnée pour trouver la réponse.

On nous donne la position de la voiture en fonction du temps, mais sous forme de deux fonctions différentes pour t positif ou t négatif. Or, la question demande la vitesse à $t = 5$ s, qui est positif. On considère donc simplement :

$$x(t) = 3t^2 + 4t + 12$$

Cette fonction est un polynôme du deuxième degré. On peut la dériver directement :

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(3t^2 + 4t + 12\right) \\ &= \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}3t^2\right) + \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}4t\right) + \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}12\right) \\ v(t) &= 6t + 4 \text{ [m/s]} \end{aligned}$$

On remplace t par 5 s pour trouver: $v(5) = 34$ m/s.

3.) **Accélération, vitesse et position**

L'accélération d'un objet est définie par la dérivée de la vitesse par rapport au temps:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = v'(t)$$

Rappels mathématiques:
Si la dérivée d'une fonction est positive, alors la fonction est croissante.
Si la dérivée d'une fonction est négative, alors la fonction est décroissante.
Si la dérivée d'une fonction est nulle, alors la fonction est constante.

A. Vrai. La voiture a une accélération nulle, donc la dérivée de la vitesse en fonction du temps est nulle. Donc la vitesse est constante en fonction du temps.

B. Vrai. La voiture a une accélération positive, donc la dérivée de la vitesse en fonction du temps est positive. Donc la vitesse augmente en fonction du temps.

C. Faux. La voiture a une accélération négative, donc la dérivée de la vitesse en fonction du temps est négative. Donc la vitesse diminue en fonction du temps. Comme la vitesse initiale $v(t_0)$ est positive, alors la voiture ralentit, mais ne recule pas immédiatement. Après un certain temps, la vitesse deviendra négative donc la voiture reculera.

D. Faux. La voiture a une accélération nulle, donc la dérivée de la vitesse en fonction du temps est nulle. Donc la vitesse est constante en fonction du temps. Comme la vitesse initiale $v(t_0)$ est positive, alors la voiture reste à une vitesse constante et ne s'arrête pas.

4.) **Vitesse moyenne et vitesse instantanée**

A. Faux. Elle est négative, $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-2-4}{4-0} = -1.5$ m/s.

B. Vrai. La différence de position est nulle, donc la vitesse moyenne est nulle.

C. Faux. La vitesse instantanée est donnée par la pente en $t = 7$ s. Or, en ce point, la pente est nulle, donc la vitesse instantanée aussi.

D. Vrai. $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3-0}{14-11} = 1$ m/s.

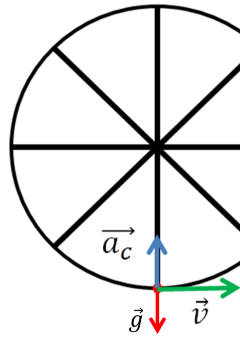
5.) **Grande roue**

A. Faux. L'accélération centripète pointe toujours vers le centre de la trajectoire, ici le centre de la grande roue.

B. Faux. La vitesse angulaire est la même en tout point de la roue.

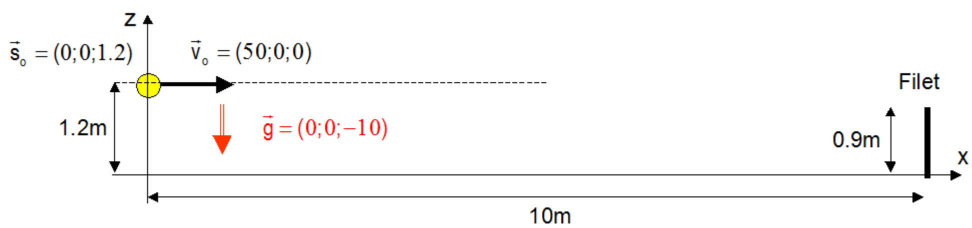
C. Faux. L'accélération angulaire est nulle car la norme de la vitesse angulaire ω est constante.

D. Vrai. L'accélération centripète est dirigée vers le centre de la grande roue. Au point A elle est dans le sens opposé à l'accélération gravitationnelle, comme on peut le voir ci-dessous.



E. Faux. La direction de $\vec{\omega}$ est donnée par la règle de la main droite. On enroule les doigts dans le sens de rotation et le pouce indique la direction de $\vec{\omega}$

6.) **Tennis** D. Vrai



Le trajectoire est :

$$\vec{s}(t) = \frac{1}{2}\vec{a} \cdot t^2 + \vec{v}_0 \cdot t + \vec{s}_0 \Rightarrow \begin{cases} x(t) = 0.5 \cdot a_x \cdot t^2 + v_{0x} \cdot t + x_0 = (50 \text{ m/s}) \cdot t \\ y(t) = 0.5 \cdot a_y \cdot t^2 + v_{0y} \cdot t + y_0 = 0 \\ z(t) = 0.5 \cdot a_z \cdot t^2 + v_{0z} \cdot t + z_0 = -5t^2 + 1.2 \text{ m} \end{cases}$$

Pour atteindre le filet il faut calculer le temps t pour que $x = 10$ m.

$$10 \text{ m} = (50 \text{ m/s}) \cdot t \Rightarrow t = 0.2 \text{ s}$$

On calcule la hauteur de la balle après $t = 0.2$ s :

$$z(0.2) = -5t^2 + 1.2 = -5 \text{ [m/s]} \times (0.2 \text{ [s]})^2 + 1.2 \text{ [m]} = 1 \text{ m}$$

7.) **Portée d'un lancer :**

La vitesse de l'objet est donnée en tout temps par le vecteur $\vec{v}(t) = (v_x(t), v_y(t)) = (v_{x0}, v_{y0} - gt)$.

A. Faux. La composante horizontale v_x de $\vec{v}$ est indépendante du temps. Au sommet de la trajectoire, la composante verticale $v_y(t)$ est nulle mais pas la composante horizontale $v_x = v_{x0}$ qui est égale à sa valeur initiale. L'objet n'est donc pas au repos.

B. Faux. l'object subit en tout instant et tout point de sa trajectoire l'accélération terrestre.

C. Faux. Voir A.

D. Faux. L'accélération gravitationnelle sur la Lune est inférieure à celle de la Terre. Pour une même vitesse initiale l'objet atteindrait une hauteur plus élevée sur la Lune que sur la Terre. On peut s'en convaincre avec l'équation vue dans le cours : $y(t) = v_0 \sin(\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$, et en cherchant la valeur maximale atteinte par $y(t)$:

$$y'(t_{\max}) = 0$$

$$v_0 \sin(\alpha) - gt_{\max} = 0$$

$$t_{\max} = \frac{v_0 \sin(\alpha)}{g}$$

Donc :

$$y_{\max} = y(t_{\max}) = \frac{v_0^2 \sin^2(\alpha)}{g} - \frac{1}{2}\frac{g v_0^2 \sin^2(\alpha)}{g^2} = \frac{1}{2}\frac{v_0^2 \sin^2(\alpha)}{g} \tag{1}$$

Si g diminue, $y_{\max}$ augmente.

8.) **Lancer une balle horizontalement**

Les composantes v_x et v_y du vecteur vitesse sont données par:

$$\vec{v}(t) = \vec{a}t + \vec{v}_0$$

$$v_x(t) = a_x(t) \cdot t + v_{x_0}$$
$$v_y(t) = a_y(t) \cdot t + v_{y_0}$$

On a: $a_y = -g$, $a_x = 0$, et $v_{y_0} = 0$ ce qui nous donne donc:

$$v_x(t) = 0 \cdot t + v_{x_0}$$
$$v_y(t) = -g \cdot t + 0$$

$$v_x(t) = v_{x_0}$$
$$v_y(t) = -gt$$

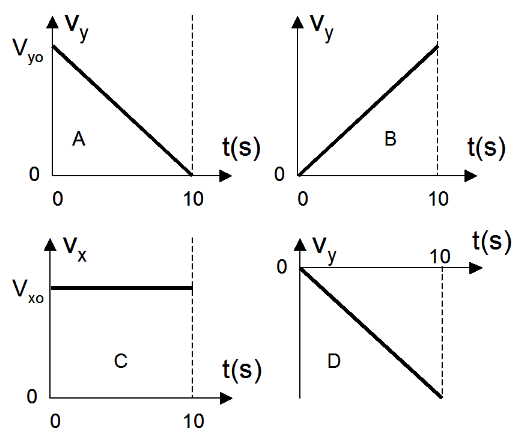
v_x ne change pas avec le temps et vaut v_{x_0}. La composante v_y est nulle à $t = 0$ et diminue avec t (la composante v_y est négative)

A. Faux. La composante v_y sur le graphe A est non nulle à $t = 0$.

B. Faux. La composante v_y sur le graphe B est positive entre 0 et 10 s.

C. Vrai. La composante v_x ne varie pas et vaut v_{x_0}.

D. Vrai. La composante v_y est nulle à $t = 0$ et est négative entre 0 et 10 s.



9.) **Approfondissement - Parabole de sûreté :**

A. Les composantes horizontale et verticale de la vitesse initiale de la balle sont $v_{0,x} = v_0 \cos(\alpha)$ et $v_{0,y} = v_0 \sin(\alpha)$. Le mouvement de la balle est rectiligne uniforme dans la direction x et uniformément accéléré dans la direction y (avec acceleration $a_y = -g$). Avec les conventions sur le référentiel specifiées dans le texte de l'exercice on a alors:

$$x(t) = v_0 \cos(\alpha)\, t\,,$$

$$y(t) = v_0 \sin(\alpha)\, t - \frac{1}{2} g t^2\,.$$

B. Dans l'équation pour $x(t)$ on trouve

$$t = \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}\,,$$

et en substituant dans l'équation ce résultat dans l'équation pour $y(t)$ on trouve

$$y(x) = v_0 \sin(\alpha)\, \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}\right)^2 = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} x - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2(\alpha)} x^2\,.$$

C. L'angle de tir α_P à choisir pour attenidre le point $P(x_P, y_P)$ est determiné par l'équation ci-dessus en remplaçant les x , y et α génériques avec x_P , y_P et α_P. En utilisant aussi les identités trigonométriques données dans le texte, on peut écrire

$$y_P = \tan(\alpha_P) x_P - \frac{g}{2 v_0^2} \left[1 + \tan^2(\alpha_P)\right] x_P^2$$

et, après des manipulations algébriques,

$$\frac{g x_P^2}{2 v_0^2} \tan^2(\alpha_P) - x_P \tan(\alpha_P) + y_P + \frac{g x_P^2}{2 v_0^2} = 0\,.$$

D. Les solutions d'une équation du second degré $a s^2 + b s + c = 0$, où s est l'inconnue, sont réelles quand le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ est positive (deux solutions réelles differents) ou nul (une solution réelle double). La condition à imposer est donc $\Delta \geq 0$. Dans le cas de l'équation dessus pour l'inconnue $\tan(\alpha_P)$, on a

$$\Delta = (-x_P)^2 - 4 \frac{g x_P^2}{2 v_0^2} \left(y_P + \frac{g x_P^2}{2 v_0^2}\right) = x_P^2 \left[1 - \frac{2g}{v_0^2} \left(y_P + \frac{g x_P^2}{2 v_0^2}\right)\right]\,.$$

Comme $x_P^2 \geq 0$, la condition $\Delta \geq 0$ est équivalente à $1 - \frac{2g}{v_0^2}\left(y_P + \frac{g x_P^2}{2 v_0^2}\right) \geq 0$ et donc $y_P \leq \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2 v_0^2} x_P^2$. En tenant compte aussi de la contrainte $y_P \geq 0$ (car les points avec $y_P < 0$ sont au dessous du niveau du sol) on a la condition

$$0 \leq y_P \leq \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2 v_0^2} x_P^2\,.$$

Il n'y a pas d'autres conditions à imposer. Une fois que on a trouvée $\tan(\alpha_P)$ réelle de n'importe quelle valeur, on peut déterminer de manière unique α_P avec $0 \leq \alpha_P < 180°$ [car la fonction $\tan(\alpha_P)$ est invertible sur cet intervalle].

Remarque 1: pour les points P qui sont au-dessous de la parabole de sûreté ($y_P < \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2 v_0^2} x_P^2$) il y a deux valeurs possibles de $\tan(\alpha_P)$ (et donc de α_P) qui correspondent à deux possibles trajectoires pour les atteindre avec la balle. Pour les points qui sont exactement sur la parabole de sûreté ($y_P = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2 v_0^2} x_P^2$) il y a une seule trajectoire possible. Pour les points au-dessus de la parabole de sûreté ($y_P > \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2 v_0^2} x_P^2$) il n'est pas possible de les atteindre avec la balle. La signification de la solution de l'exercice est illustré dans le schéma suivant.

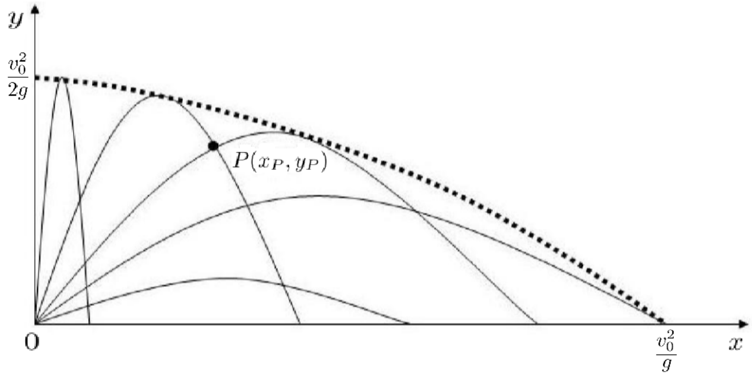


*Schéma des trajectoires de la balle. L'axe x est au niveau du sol et l'origine O est la position initiale de la balle. Pour simplicité et symétrie par rapport à l'axe y, on montre seulement la situation pour $x \geq 0$. Toutes les trajectoires possibles de la balle, pour des valeurs differents de l'angle de tir, sont enveloppées par la courbe en pointilles, qui est la partie avec $x \geq 0$ de la parabole de sûreté. Il y a deux trajectoires qui passent par le point $P(x_P, y_P)$ consideré dans cet exemple parce-que P se trouve au dessous de la parabole de sûreté. Il y a une seule trajectoire qui passe par un point situé exactement sur la parabole de sûreté.

Remarque 2: On a résolu le problème dans le plan vertical. Par symétrie, la solution dans l'espace tridimensionnel est obtenue avec une rotation autour de l'axe y (axe vertical qui passe par la position initiale de la balle) et on obtient le parabaloïde de sûreté.

10.) **Record du monde :**

A. En supposant une accélération constante

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2 \\ v(t) = v_0 + a \cdot t \end{cases} \tag{2}$$

En fixant la position initiale x_0 et la vitesse v_0 à zéro, c'est-à-dire en partant du repos $v(t = 0) = 0$ à $x(t = 0) = 0$, ces équations se simplifient :

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}at^2 \\ v(t) = a \cdot t \end{cases} \tag{3}$$

Nous voulons trouver la distance, $x(t = 0.965 \text{ s})$, mais nous ne pouvons pas encore utiliser la première équation car l'accélération est encore inconnue. Cependant, en utlisans la définition de la vitesse (deuxième equation), il résulte que $a = v(t)/t$. En substituant ce résultat pour a dans la première expression, on obtient

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{2} \cdot \frac{v(t)}{t} \cdot t^2. \\ &= \frac{1}{2} \cdot v(t) \cdot t \end{aligned}$$

A une vitesse de $v = 100$ km/h, ce qui équivaut à $v = 27.8$ m/s, la voiture se trouve donc à

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2} \cdot (27,8 \text{ m/s}) \cdot (0,965 \text{ s}). \\ &= 13,4 \text{ m}. \end{aligned}$$

B. Dans la question précédente, on a supposé que l'accélération de la voiture était constante. Si l'accélération n'est pas constante, la distance parcourue par la voiture peut être différente de 13,4 m.

C. Dans le cas d'une accélération uniforme, la vitesse augmente linéairement en fonction du temps. L'accélération uniforme est donc représentée par la ligne 2.
Puisque la vitesse est la dérivée de la position en fonction du temps, $v = \frac{dx}{dt}$, nous savons que la position est l'intégrale de la vitesse en fonction du temps, $x = \int v \cdot dt$. Mathématiquement, l'intégrale d'une courbe est égale à l'aire A sous la courbe. La figure montre que $A_1 > A_2 > A_3$. En désignant la distance parcourue dans les cas 1, 2 et 3 par Δx_i, il s'ensuit que $\Delta x_1 > \Delta x_2 > \Delta x_3$. La distance parcourue par la voiture réelle (Δx_{vrai} =12,3 m) est plus petite que la distance pour une accélération uniforme (Δx_2 =13,4 m). Par conséquent, puisque $\Delta x_2 > \Delta x_{\text{vrai}}$, la courbe correspondant à la tentative de record du monde doit être le numéro 3.
On peut aussi trouver la réponse de la façon suivante. Pendant l'accélération (0 s $< t < 0,956$ s), nous observons que la vitesse de voiture 3 est toujours inférieure à la vitesse de voiture 2. Comme la vitesse de la voiture 3 est toujours inférieure, elle doit donc avoir parcouru une distance plus petite que Δx_2 =13,4 m. Le raisonnement est inverse pour la voiture 1, qui a toujours une vitesse supérieure à celle de la voiture 2, et qui a donc dû parcourir une plus grande distance que Δx_2 =13,4 m.

D. Pour calculer l'accélération, nous pouvons utiliser la formule de base de la cinématique :

$$v(t) = v_0 + a \cdot t. \tag{4}$$

Puisque la voiture démarre au repos, $v_0 = 0$. Il s'ensuit que

$$\begin{aligned} a &= \frac{v(t)}{t}. \\ &= \frac{27,8 \text{ m/s}}{0,965 \text{ s}}. \\ &= 28,8 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

E. Les pilotes d'avions acrobatiques peuvent ressentir des accélérations allant jusqu'à 9 g. Cela signifie qu'ils subissent une accélération équivalente à 9 fois 9,81 m/s^2, soit environ 88,3 m/s^2. En comparaison, l'accélération reçue par par Kate Maggetti dans la voiture était d'environ 28,8 m/s^2. Ainsi, les pilotes d'avions acrobatiques subissent des accélérations 3 fois plus élevées.