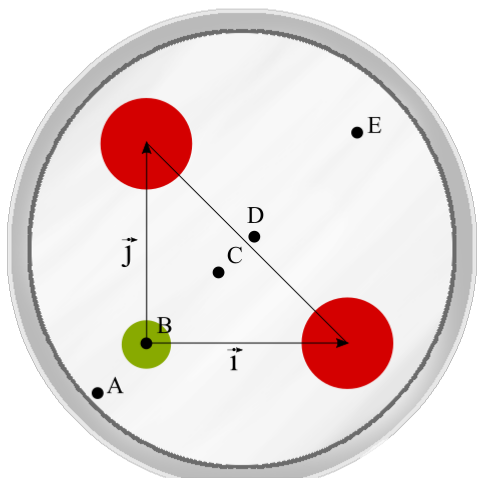
Physique Générale A

Série d'exercices 3: Rotations - corrigé - 14 Octobre 2025

1.) **Plateau en équilibre :**

C. Vrai.

Il faut trouver le centre de masse du plateau. Sans calculs, le centre de masse est la position moyenne du système bouteille+bouteille+bandage. Il doit donc se situer à l'intérieur du triangle formé par celui-ci. Par exclusion, le centre de masse est donc le point C.



Une autre méthode (plus générale) est de définir $\vec{i}$ le vecteur horizontal et $\vec{j}$ le vecteur vertical et le point B centre du repère orthonormé (O,$\vec{i}$,$\vec{j}$). Le centre de masse vérifie $\vec{s}_{CM} = \frac{m_{\text{bouteille}}\vec{i}+m_{\text{bouteille}}\vec{j}+m_{\text{bandage}}\vec{0}}{m_{\text{bouteille}}+m_{\text{bouteille}}+m_{\text{bandage}}} = \frac{500\cdot\vec{i}+500\vec{j}}{500+500+50} = 0.476(\vec{i}+\vec{j})$. On trace ensuite $\vec{s}_{CM}$ en partant du point B et on obtient le point C.

2.) **Entraînement pour astronautes:** Réponse E. Pour calculer la vitesse nécessaire à la cabine il faut inverser la relation qui relie l'accéleration centripète à la vitesse:

$$\|\vec{a}_c\| = \frac{v^2}{r}$$

donc la vitesse est donnée par:

$$v = \sqrt{a_c \cdot r} = \sqrt{5 \times 10\,\mathrm{m/s^2} \times 20\,\mathrm{m}} = 31{,}6\,\mathrm{m/s} = 113{,}8\,\mathrm{km/h}$$

La cabine parcourt un cercle de circonférence $2\pi r$, donc la période est $T = \frac{2\pi r}{v}$ et la fréquence:

$$f = 1/T = \frac{v}{2\pi r} = \frac{31{,}6\,\mathrm{m/s}}{125{,}7\,\mathrm{m}} = 0{,}25\,\mathrm{s}^{-1}$$

La bonne réponse est donc la E.

3.) **Tournette**

A. Vrai. La balle est lancée tangentiellement au cercle de rayon r. On applique ici la loi de conservation de la quantité de mouvement. Avant l'impact, seule la balle possède une vitesse tangentielle v_{balle}, tandis que George est immobile. Après que George a attrapé la balle, l'ensemble se déplace tangentiellement avec une vitesse v_{final}. On a donc :

$$m_{\text{balle}} \cdot v_{\text{balle}} = (m_{\text{George}} + m_{\text{balle}}) \cdot v_{\text{final}}.$$

Il s'ensuit que :

$$v_{\text{final}} = \frac{m_{\text{balle}} \cdot v_{\text{balle}}}{m_{\text{George}} + m_{\text{balle}}} = \frac{1 \text{ kg} \cdot 11 \text{ m/s}}{109 + 1 \text{ kg}} = 0{,}1 \text{ m/s}.$$

B. Vrai. La vitesse angulaire est donnée par

$$v_{\text{final}} = \omega \cdot r$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{v_{\text{final}}}{r} = \frac{0{,}1 \text{ m/s}}{1 \text{ m}} = 0{,}1 \text{ rad/s}$$

C. Faux. La période est

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{0.1 \text{ rad/s}} = 62{,}8 \text{ s}$$

D. Vrai. La fréquence est

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{62{,}8 \text{ s}} = 0{,}0159 \text{ Hz}$$

4.) **Satellite géostationnaire**

Selon la deuxième loi de Newton :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}.$$

La seule force qui s'applique sur le satellite, situé dans le vide spatial, est la force de gravitation :

$$F_g = G\frac{M_T m_S}{R^2},$$

où $R = R_T + h_S$ est la distance entre le centre de la Terre et le satellite.

Le satellite suit une trajectoire circulaire, et son accélération centripète est donnée par :

$$a_c = \omega^2 \cdot R.$$

On a donc :

$$F_g = m_S a_c \quad \Longrightarrow \quad G\frac{M_T m_S}{(R_T + h_S)^2} = m_S \omega^2 (R_T + h_S).$$

On simplifie et on obtient :

$$(R_T + h_S)^3 = \frac{GM_T}{\omega^2}.$$

où $\omega = 2\pi/T = 2\pi/(86400 \text{ s})$. On obtient que :

$$h_s = \left(\frac{GM_T}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R_T = 35{,}9 \cdot 10^3 \text{ km}.$$

Finalement, la vitesse moyenne vaut :

$$v_S = \frac{2\pi(R_T + h_S)}{T} \approx 3076 \text{ m/s}.$$

Correction alternative : On peut partir directement de la définition de la vitesse angulaire :

$$v = R\omega,$$

avec $R = R_T + h_S$ et $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $T = 86400$ s.
Ainsi :

$$v_S = \frac{2\pi(R_T + h_S)}{T}.$$

Il suffit alors de tester avec les altitudes données dans le QCM pour retrouver le couple correct (v_S, h_S).

5.) **Centre de masse**

Aucun calcul n'est nécessaire pour cet exercice, il fallait simplement constater que la masse du Soleil est bien plus importante que celle de la Terre.

A. Vrai. Le Soleil est bien plus massif; or le centre de masse est la position moyenne de la masse de l'objet, donc il est bien plus proche du Soleil que de la Terre.

B. Faux. La Terre ne tourne pas autour du centre du Soleil mais autour du centre de masse de l'ensemble Terre-Soleil. Cependant, celui-ci est très proche du centre du Soleil puisque la masse du Soleil est bien plus grande que celle de la Terre.

C. Vrai. Même raisonnement.

D. Vrai. Il suffit de reprendre la formule du cours pour deux corps.

6.) **Un canal courbé:**
A. Vrai. La vitesse du navire à l'intérieur du canal est:

$$v = \frac{L_c}{t_c} = \frac{2\pi \cdot 200\,\mathrm{m}}{4} \cdot \frac{1}{56{,}55\,\mathrm{s}} = 5{,}55\,\mathrm{m/s} = 20\,\mathrm{km/h}$$

où on trouve la longueur du canal L_c et le temps de transit t_c. La force centripète peut être calculée à partir de la vitesse tangentielle :

$$F_c = a_c \cdot m_n = \frac{v^2}{r} m_n = \frac{(5{,}55)^2\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2 \times 5 \cdot 10^4\,\mathrm{kg}}{200\,\mathrm{m}} = 7{,}7 \times 10^3\,\mathrm{N}$$

Donc la proposition est vraie.
B. Faux. L'accélération est la derivée de la vitesse. Étant donné que la vitesse est une grandeur vectorielle, le seul fait que sa norme ne change pas n'implie pas nécessairement que sa derivée soit nulle. Ici la direction change on a donc une accélération centripète $a_c = \frac{v^2}{r}$.
C. Faux, si la norme de la vitesse est constante l'accélération tangentielle est nulle. L'accélération est exclusivement centripète.
D. Vrai. La quantité de mouvement du navire est donnée par:

$$q_n = m_n v_i = 5 \cdot 10^4\,\mathrm{kg} \times 20\,\mathrm{km/h} = 5 \cdot 10^4\,\mathrm{kg} \times 5{,}55\,\mathrm{m/s} = 2{,}8 \times 10^5\ \mathrm{kg\ m/s}$$

7.) **Virage en voiture**

Pour augmenter la vitesse, il faut une force tangentielle (donc une accélération tangentielle), dans le même sens que la vitesse. En plus, pour prendre le virage il faut une force centripète.

A. Vrai . Le graphique A montre une force avec une composante dirigée vers le centre, ce qui permet de prendre le virage, et une autre composante dans le sens de la vitesse tangentielle pour accélérer.

B. Faux. Il n'y a pas de composante de la force dans la direction de la vitesse : $\|\vec{v}\|$ reste constante.

C. Faux. Il y a une composante dans la direction de la vitesse mais dans le sens opposé (freinage).

D. et E. Faux, car la composante de la force perpendiculaire à la trajectoire est dirigée vers l'extérieur du virage et donc ne peut pas fournir la force centripète pour prendre le virage.

8.) **Explosion**

Avant l'explosion le centre de masse du système (c'est à dire la sphère) est situé en $x_{\text{CM}_<} = 0$ (la sphère est à l'arrêt). Le système est isolé, il n'y a pas de forces externes qui agissent sur la sphère ou ses pièces, donc le centre de masse x_{CM} ne peut pas changer (première loi de Newton). Donc le centre de masse après l'explosion $x_{\text{CM}_>}$ doit aussi être en $x = 0$:

$$x_{\text{CM}_<} = 0 = x_{\text{CM}_>} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2}{m_s} = 0$$

Cela vaut à chaque instant après l'explosion. La position du second fragment peut s'exprimer comme:

$$x_2 = -\frac{m_1 \cdot x_1}{m_2}$$

m_2, la masse du second fragment est donnée par:

$$m_2 = m_s - m_1$$

Finalement alors:

$$x_2 = -\frac{m_1 \cdot x_1}{m_s - m_1} = -\frac{0{,}25 \cdot m_s \cdot x_1}{0{,}75 \cdot m_s} = -\frac{0{,}25 \cdot 75\,\text{cm}}{0{,}75} = -25\,\text{cm} = -0.25\,\text{m}$$

La bonne réponse est donc la E.

9.) **Gravité, sonde Cassini**

On rappelle d'abord la loi de la gravitation universelle :

$$F_g = \frac{GM}{R^2} m,$$

où M et m sont les masses des deux objets, et R la distance entre les centres des deux objets.

Dans cet exercice, on fait appel à de très grands nombres. La notation scientifique, avec les puissances de dix, s'avère alors utile. On rappelle que $10^a \cdot 10^b = 10^{a+b}$ et $10^a/10^b = 10^{a-b}$. Vous pouvez passer votre calculette en mode notation scientifique pour les calculs.

A. Force gravitationnelle en orbite terrestre

On prend l'équation de la gravitation, et on remplace les valeurs. On a $M = M_{\text{T}} = 6 \cdot 10^{24}$ kg, $m = 5$ tonnes $= 5000$ kg, et G donné dans l'énoncé. La distance entre les centres des deux objets est la somme de l'altitude et du rayon de la Terre :

$$R = R_{\text{T}} + \text{altitude} = 6400 + 1000 = 7400 \text{ km} = 7{,}4 \cdot 10^6 \text{ m}.$$

Ainsi:

$$F_g = \frac{\left(6{,}67 \cdot 10^{-11}\right) \cdot \left(6 \cdot 10^{24}\right)}{\left(7{,}4 \cdot 10^6\right)^2} \cdot 5000 = 36541 \text{ N}.$$

B. "Choc" Cassini-Terre

Même en l'absence de contact, la manœuvre est modélisée par un choc à une dimension, où tous les objets se déplacent dans la même direction et où la quantité de mouvement totale est conservée. Avant le choc, les quantités de mouvement sont :

$$p_{\text{Terre,avant}} = M_{\text{T}} v_{\text{T},1} = \left(6 \cdot 10^{24} \text{ kg}\right) \cdot (35 \text{ km/s}) = \left(6 \cdot 10^{24} \text{ kg}\right) \cdot \left(3.5 \cdot 10^4 \text{ m/s}\right) = 2.1 \cdot 10^{29} \text{ kg m/s}$$
$$p_{\text{Cassini,avant}} = m_{\text{Ca}} v_{\text{Ca},1} = 5000\text{kg} \cdot 36\text{km/s} = 1{,}8 \cdot 10^8 \text{ kg m/s}$$

Après le choc :

$$p_{\text{Terre,après}} = M_{\text{T}} v_{\text{T},2}$$
$$p_{\text{Cassini,après}} = m_{\text{Ca}} v_{\text{Ca},2} = 5000\text{kg} \cdot 40\text{km/s} = 2 \cdot 10^8 \text{ kg m/s}$$

La quantité de mouvement totale ne changeant pas :

$$\begin{aligned} p_{\text{Terre,avant}} + p_{\text{Cassini,avant}} &= p_{\text{Terre,après}} + p_{\text{Cassini,après}} \\ M_{\text{T}} v_{\text{T},1} + m_{\text{Ca}} v_{\text{Ca},1} &= M_{\text{T}} v_{\text{T},2} + m_{\text{Ca}} v_{\text{Ca},2} \\ M_{\text{T}} v_{\text{T},1} + m_{\text{Ca}} v_{\text{Ca},1} - m_{\text{Ca}} v_{\text{Ca},2} &= M_{\text{T}} v_{\text{T},2} \\ \frac{M_{\text{T}} v_{\text{T},1} + m_{\text{Ca}} \left(v_{\text{Ca},1} - v_{\text{Ca},2}\right)}{M_{\text{T}}} &= v_{\text{T},2}. \end{aligned}$$

Afin de mettre en évidence le changement de vitesse de la Terre, on sépare la fraction en deux :

$$v_{\text{T},2} = \frac{M_{\text{T}} v_{\text{T},1}}{M_{\text{T}}} + \frac{m_{\text{Ca}} \left(v_{\text{Ca},1} - v_{\text{Ca},2}\right)}{M_{\text{T}}} = v_{\text{T},1} + \frac{m_{\text{Ca}} \left(v_{\text{Ca},1} - v_{\text{Ca},2}\right)}{M_{\text{T}}} = v_{\text{T},1} + \Delta v_{\text{T}}.$$

On a introduit le terme $\Delta v_{\text{T}} = \frac{m_{\text{Ca}}(v_{\text{Ca},1} - v_{\text{Ca},2})}{M_{\text{T}}}$ qui est la variation de vitesse de la Terre, la grandeur recherchée. On peut directement la calculer, en remplaçant par les valeurs appropriées. Attention à convertir les vitesses, en mètres par seconde :

$$\Delta v_{\text{T}} = \frac{m_{\text{Ca}} \left(v_{\text{Ca},1} - v_{\text{Ca},2}\right)}{M_{\text{T}}} = \frac{\left(5 \cdot 10^3\right)(3{,}6 - 4) \cdot 10^4}{6 \cdot 10^{24}} = \frac{-2 \cdot 10^7}{6 \cdot 10^{24}} = -3{,}3 \cdot 10^{-18} \text{ m/s}.$$

La Terre a donc ralenti (signe négatif). Le changement de vitesse est de l'ordre de $\sim\ 10^{-18}$ m/s. Comme la Terre se déplace à $3{,}5 \cdot 10^4$ m/s, ce changement de l'ordre de 10^{-20} % est complètement négligeable.

C. Pesanteur à la surface de Titan

On rappelle d'abord (voir cours) que la pesanteur terrestre se définit comme $g = \frac{GM_T}{R_T^2} = 9{,}81$ m/s^2. Il s'agit de l'accélération subie par un corps à la surface de la planète, à cause de la gravité.

Pour Titan, il suffit de faire exactement le même calcul, en adaptant les valeurs de la masse et du rayon (attention aux unités: kilomètres → mètres) :

$$g_{\text{Titan}} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}3 \cdot 10^{23}}{\left(2{,}6 \cdot 10^6\right)^2} \simeq 1{,}3 \text{ m/s}^2$$

En comparant avec la pesanteur terrestre : $g/g_{\text{Titan}} \simeq 9{,}81/1{,}3 \simeq 7{,}5$.

En étant sur Titan, on se sentirait alors 7,5 fois plus léger que sur Terre.

10.) **Exercice d'approfondissement : Mouvement orbital et frottement**

A. Pour un mouvement circulaire, la force gravitationnelle joue le rôle de la force centripète :

$$F_{\text{g}} = \frac{GMm_{\text{s}}}{r_{\text{o}}^2} = m_{\text{s}} r_{\text{o}} \omega^2.$$

La période est $T = 10$ jours $= 864000$ s, donc :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 7{,}27 \times 10^{-6} \text{ rad/s}.$$

La force centripète vaut alors :

$$F_{\text{g}} = m_{\text{s}} r_{\text{o}} \omega^2 = 2500 \times 4 \times 10^8 \times (7{,}27 \times 10^{-6})^2 \approx 53 \text{ N}.$$

B. La vitesse orbitale est :

$$v = r_{\text{o}} \omega = 4 \times 10^8 \times 7{,}27 \times 10^{-6} = 2{,}9 \times 10^3 \text{ m/s}.$$

C. La force de frottement produit une accélération tangentielle :

$$a_\mathrm{t} = \frac{F_\mathrm{f}}{m_\mathrm{s}} = \frac{2}{2500} = 8{,}0 \times 10^{-4}\ \mathrm{m/s^2}.$$

D. L'accélération angulaire est reliée à l'accélération tangentielle par :

$$a_\mathrm{t} = r_\mathrm{o}\alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{a_\mathrm{t}}{r_\mathrm{o}} = \frac{8{,}0 \times 10^{-4}}{4 \times 10^8} = 2{,}0 \times 10^{-12}\ \mathrm{rad/s^2}.$$

E. Si le rayon reste constant, le satellite s'arrête lorsque sa vitesse angulaire devient nulle :

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t.$$

Donc :

$$t_\mathrm{f} = -\frac{\omega_0}{\alpha} = -\frac{7{,}27 \times 10^{-6}}{-2{,}0 \times 10^{-12}} = 3{,}6 \times 10^6\ \mathrm{s} \approx 42\ \text{jours}.$$

F. En réalité, l'hypothèse d'un rayon constant n'est pas correcte : à mesure que le satellite ralentit, la force centripète devient insuffisante pour maintenir la même orbite, et le satellite spirale progressivement vers la planète.