Physique Générale A

Série d'exercices 11: Électrostatique III et Électrocinétique I - corrigé - 27 janvier 2026

1.) **QCM A : Théorème de Gauss 1**

Réponse D.

Comme $Q > 0$, le champ ne peut être nul dans tous l'espace, ce qui élimine la réponse E. Dans le cas d'une charge ponctuelle, le champ électrique est connu et vaut :

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r} \tag{1}$$

avec $\hat{r}$ le vecteur unité radial. Dans les autres cas, nous exploitons la symétrie sphérique du problème pour calculer le champ électrique en M grâce au théorème de Gauss. On considère une surface sphérique A de rayon r centrée sur la distribution de charge, orientée vers l'extérieur. Etant donnée la symétrie spérique du problème, le champ électrique est perpendiculaire à la surface, et donc parallel au vecteur surface: donc le produit scalaire des deux vaut le produit de leurs normes. De même, L'amplitude du champ électrique ne dépend que de la distance r au centre de la distribution. Dans ce cas, le théorème de Gauss donne :

$$\int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\mathcal{A}}}{\epsilon_0} \tag{2}$$

où $d\vec{A}$ est le vecteur surface élémentaire, et $Q_{\mathcal{A}}$ est la charge totale contenue dans la surface $\mathcal{A}$. Dans les 3 cas, comme $r > R$, on a $Q_{\mathcal{A}} = Q$. Le champ électrique peut s'écrire $\vec{E}(\vec{r}) = E(r)\hat{r}$, où $\hat{r}$ est un vecteur de norme unitaire. Donc :

$$\int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_A E(r)\hat{r} \cdot d\vec{A} = E(r)\int_A dA = E(r) \cdot 4\pi r \tag{3}$$

Ainsi, on trouve

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \tag{4}$$

donc le champ électrique en M vaut :

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r} \tag{5}$$

Le champ électrique est donc non nul, et le même dans les 3 cas : la réponse D est vraie.

2.) **QCM A : Théorème de Gauss 2**

Réponse E.

D'après le théorème de Gauss, le flux du champ électrique ϕ à travers une surface fermée contenant les charges q_i est donné par:

$$\phi = \sum_i \frac{q_i}{\epsilon_0}$$

Par exemple, le flux à travers la surface 3, qui contient les charges $+q$, $-2q$ et $+3q$, est:

$$\phi_3 = \frac{q}{\epsilon_0} - \frac{2q}{\epsilon_0} + \frac{3q}{\epsilon_0} = \frac{2q}{\epsilon_0}$$

En appliquant la même formule, on trouve : $\phi_1 = \frac{q}{\epsilon_0}$ et $\phi_2 = -\frac{q}{\epsilon_0}$.

3.) **QCM K' : Théorème de Gauss 3**

Notons d'abord que la distribution de charge a une symétrie sphérique. Pour déterminer le champ électrique à une distance du centre r, on construit une surface de Gauss sphérique de rayon r.

A. Faux. Il ne peut pas y avoir de charge à l'intérieur d'un conducteur en état d'équilibre électrostatique, la charge est en surface. Pour $r < r_1$, $q_{int} = 0$.

B. Faux. Le champ électrique doit être nul dans un conducteur.

C. Vrai. Puisqu'il ne peut pas y avoir de charge à l'intérieur d'un conducteur en état d'équilibre électrostatique, cela nous amène à conclure que la charge nette $2Q$ de la sphère pleine est distribuée sur sa surface.

D. Vrai. On a construit une surface de Gauss de rayon $r > r_1$ délimitant la région 2, en tenant compte du fait que la charge contenue dans cette surface est $+2Q$. Etant donné la symétrie sphérique du système, les lignes de champ électrique doivent avoir une direction radiale vers l'extérieur et le champ doit être constant sur toute la surface de Gauss. L'intégrale de surface devient simplement le produit entre le champ electrique et la surface. En utilisant le théorème de Gauss, le flux du champ électrique sur la surface de Gauss est :

$$\Phi_{E_2} = \int_A \vec{E}_2 \cdot d\vec{A} = E_2\, A = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \Rightarrow E_2\, 4\pi r^2 = \frac{2Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E_2 = \frac{2Q}{4\pi\,\epsilon_0\, r^2} \tag{6}$$

4.) **QCM K' : Sens du courant**

A. Faux. La direction du courant I correspond au sens de déplacement des charges positives, et les charges positives vont du potentiel le plus haut au potentiel le plus bas.

B. Vrai. Le courant I est orienté dans le sens opposé au déplacement des charges négatives, et les charges négatives vont du potentiel le plus bas au potentiel le plus haut.

C. Vrai. Les particules se déplacent toujours de manière à réduire leur énergie potentielle. Sachant que l'énergie potentielle est donnée par le produit de la charge et du potentiel électrique, si la charge est positive et $V_A > V_B$ alors on trouve $E_{pot,\mathrm{A}} > E_{pot,\mathrm{B}}$, et les charges se deplacent donc du point A au point B

D. Vrai. Les particules se déplacent toujours de manière à réduire leur énergie potentielle. Sachant que l'énergie potentielle est donnée par le produit de la charge et du potentiel électrique, si la charge est négative et $V_A > V_B$ alors on trouve $E_{pot,\,\mathrm{A}} < E_{pot,\,\mathrm{B}}$, et les charges se deplacent donc du point B au point A

5.) **QCM K' : Analyse de câbles**

A. Vrai.
$$R_1 = \frac{\rho_{\text{Cuivre}}\, L}{A_1} = \frac{17 \times 10^{-9}\,\Omega\,\mathrm{m}\,10\,\mathrm{m}}{2\,\mathrm{mm}^2} = 0.085\,\Omega \tag{7}$$

B. Faux. Si la résistance du câble 2 est deux fois supérieure à celle du câble 1, d'après l'équation précédente, il faudrait une section deux fois inférieure à celle du câble 1 et non deux fois plus grande. En effet :

$$R_2 = 2\,R_1 \Rightarrow \frac{\rho_{\text{Cuivre}}\, L}{A_2}{=}2\,\frac{\rho_{\text{Cuivre}}\, L}{A_1},\ \text{donc}\ A_2 = \frac{A_1}{2} \tag{8}$$

C. Faux. Pour déterminer la matière, on calcule la résistivité du câble :

$$\begin{aligned} R_3 &= \frac{\rho_{\text{câble}}\, L_3}{A_3},\ \text{donc} \\ \rho_{\text{câble}} &= \frac{R_3\, A_3}{L_3} \\ \rho_{\text{câble}} &= 28 \times 10^{-9}\,\Omega\,\mathrm{m} \end{aligned} \tag{9}$$

On reconnait la résistivité de l'aluminium, donc le câble est en aluminium.

D. Vrai. En posant : $R_1 = R_3$ on a donc :

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{\text{Cuivre}}\, L_1}{A_1} &= \frac{\rho_{\text{Aluminium}}\, L_3}{A_3} \\ L_3 &= L_1\, \frac{\rho_{\text{Cuivre}}}{\rho_{\text{Aluminium}}}\, \frac{A_3}{A_1} \\ L_3 &= 15\ \mathrm{m} \end{aligned} \tag{10}$$

On a donc en effet que : $\dfrac{L_3}{L_1} = 1.5$.

6.) **QCM A : Eau Salée**

Réponse C.

La loi d'Ohm nous permet de calculer la résistance de l'eau contenue dans la cuve : $R = V/I = 9$ Ω. Cette résistance a une section de surface $S = 100$ cm^2 et une longueur $L = 30$ cm. On peut donc déduire sa résistivité:
$$\rho = \frac{R\,S}{L} = 0.3\,\Omega\,\mathrm{m} = 300\,\mathrm{m}\Omega\,\mathrm{m} \tag{11}$$

On trouve alors graphiquement une salénéité de 21 mg L^{-1} : réponse C.

7.) **QCM K' : Bouilloire électrique**

A. Vrai. Avec la loi d'Ohm on a : $R = \dfrac{V}{I} = 48\,\Omega$

B. Vrai. La puissance transmise à l'eau est égale à la puissance dissipée dans la résistance qui vaut : $P = V\,I = 1200\,\mathrm{W}$

C. Vrai. 1 L d'eau a une masse de 1 kg et l'énergie nécessaire pour chauffer 1 kg d'eau de 20 à 70 °C vaut :

$$Q = c_{\text{eau}}\,m\,\Delta T = 4190\,\mathrm{J/kg/K}\,1\,\mathrm{kg}\,50\,\mathrm{K} = 209500\,\mathrm{J}$$

Le temps de chauffe nécessaire sera donc :

$$t = \frac{Q}{P} = \frac{209500\,\mathrm{J}}{1200\,\mathrm{W}} = 174.6\,s < 3\,min$$

D. Faux. $P = \dfrac{V^2}{R}$. Dans notre solution la résistance est une constante, donc en diminuant la tension d'alimentation d'un facteur 2 la puissance diminue d'une facteur 4.
Dans le cas où on aurait utilisé l'équation : $P = V\,I$, il est important de prendre en compte le fait que I varie comme : $I = \dfrac{V}{R}$.
On trouve alors : $P = V\,\dfrac{V}{R}$
et donc on retrouvera : $P = \dfrac{V^2}{R}$

8.) **QCM K' : Ampoules**

On rappelle les deux formules suivantes exprimant la puissance dissipée par une résistance : $P = V\,I$ et $P = R\,I^2$. Ces deux formules sont liées par la loi d'Ohm $V = R\,I$.

A. Vrai. En utilisant $P = V\,I$ et sachant que $P_1 = P_2$, on montre :

$$\begin{aligned} P_1 &= P_2 \\ V_1\,I_1 &= V_2\,I_2 \\ \frac{V_1}{V_2} &= \frac{I_2}{I_1} \\ I_1 &= 2\,I_2 \end{aligned} \tag{12}$$

B. Faux. On sait que l'ampoule 1 a une puissance de 75 W et l'ampoule 3 une puissance de 150 W. On peut donc écrire : $2\,P_1 = P_3$. On montre :

$$\begin{aligned} 2\,P_1 &= P_3 \\ 2\,V_1\,I_1 &= V_3\,I_3 \\ \frac{2\,V_1}{V_3} &= \frac{I_3}{I_1} \\ I_1 &= I_3 \end{aligned} \tag{13}$$

C. Vrai. On utilise cette fois $P = R\,I^2$ ainsi que la loi d'Ohm $V = R\,I$. Sachant que $P_3 = 2\,P_1$, et $V_3 = 2\,V_1$, on montre :

$$\begin{aligned}
P_1 &= R_1\,I_1^2 \text{ avec } I_1 = \frac{V_1}{R_1} \\
P_1 &= R_1\,\frac{V_1^2}{R_1^2} = \frac{V_1^2}{R_1} \\
R_1 &= \frac{V_1^2}{P_1} \\
R_3 &= \frac{V_3^2}{P_3} \text{ avec } V_3 = 2\,V_1 \text{ et } P_3 = 2\,P_1 \\
R_3 &= \frac{(2V_1)^2}{2P_1} = \frac{4\,V_1^2}{2\,P_1} = 2\frac{V_1^2}{P_1} = 2R_1
\end{aligned} \tag{14}$$

on obtient $R_3 = 2\,R_1$, donc : $R_1 < R_3$

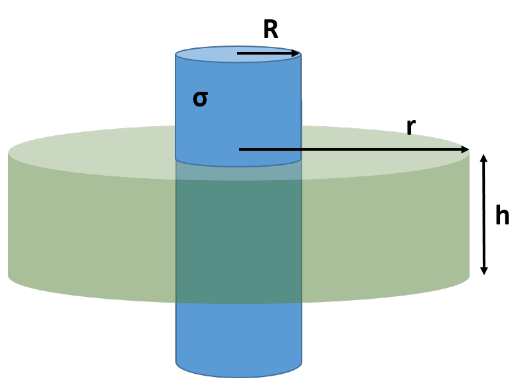
D. Vrai. En utilisant le même raisonnement qu'en C. et sachant que $P_3 = 2\,P_2$, et $V_2 = V_3$, on montre :

$$\begin{aligned}
R_2 &= \frac{V_2^2}{P_2} \\
R_3 &= \frac{V_3^2}{P_3} \text{ avec : } V_3 = V_2 \text{ et } P_3 = 2\,P_2 \\
R_3 &= \frac{V_2^2}{2P_3} = \frac{1}{2}\frac{V_2^2}{P_2} = \frac{1}{2}R_2
\end{aligned} \tag{15}$$

on obtient $R_3 = \frac{R_2}{2}$, donc : $R_2 > R_3$

9.) **Exercice d'approfondissement : Champ E créé par un cylindre chargé:**

On commence par choisir une surface de Gauss fermée, traversée perpendiculairement par le flux Φ. Le champ électrique est radial. On choisit donc un cylindre de rayon $r > R$, de hauteur h, englobant le cylindre chargé.



on sait que :

$$\Phi_E = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Le flux étant radial, la composante du flux à travers les bases de notre surface (en vert clair) est nulle. Il reste donc un champ constant $E(r)$ traversant la surface cylindrique radialement (en vert foncé) :

$$\Phi_E = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = E(r) \int_A \hat{r}\, d\vec{A}, \text{ où } \hat{r} \text{ est un vecteur directeur unitaire selon r.}$$

On trouve donc:

$$\Phi_E = E(r) \cdot 2\pi r h$$

Le théorème de Gauss nous donne également

$$\Phi_E = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

avec Q_{int} la charge à l'interieur de la surface. Pour $r > R$, on peut la calculer à partir de la densité volumique de charge ρ et du volume du cylindre contenant la charge a l'intérieur de la surface de gauss, $\pi R^2 h$. On trouve donc la charge à l'intérieur de la surface de gauss : $Q_{int} = \pi R^2 h \cdot \rho$.
Le flux peut donc s'écrire:

$$\Phi_E = \frac{\pi R^2 h \rho}{\epsilon_0}$$

En utilisant les deux expressions de Φ_E trouvées, on obtient:

$$E(r) \cdot 2\pi r h = \frac{\pi R^2 h \rho}{\epsilon_0}$$

On réécrit l'expression afin d'obtenir E(r):

$$E(r) = \frac{R^2 \rho}{2\epsilon_0 r}$$

Ce résultat est valable pour $r > R$. Dans le cas où $r < R$, la démarche est la même mais avec une charge $Q_{int} = \pi r^2 h \cdot \rho$. On a alors :

$$\Phi_E = \frac{\pi r^2 h \rho}{\epsilon_0}$$

$$E(r) \cdot 2\pi r h = \frac{\pi r^2 h \rho}{\epsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{r \rho}{2\epsilon_0}$$

10.) **Resistivité de plusieurs sections :**

On utilise la résistivité ρ et la géométrie du matériaux pour calculer sa resistance éléctrique $R = \dfrac{\rho L}{A}$. Dans les deux premiers cas, la résistance s'écrit facilement à partir de la formule :

$$R_A = \frac{2.5 \cdot 10^6\,\Omega\,\mathrm{m} \cdot 10\,\mathrm{mm}}{2\,\mathrm{mm} \cdot 3\,\mathrm{mm}} = 4.17 \cdot 10^9\,\Omega = 4.17\,\mathrm{G}\Omega$$

$$R_B = \frac{2.5 \cdot 10^6\,\Omega\,\mathrm{m} \cdot 5\,\mathrm{mm}}{\pi \cdot (3\,\mathrm{mm})^2} = 0.44 \cdot 10^9\,\Omega = 0.44\,\mathrm{G}\Omega = 440\,\mathrm{M}\Omega$$

Dans le cas suivant, on peut imaginer que les blocs soient collés bout à bout. Ils se comportent donc comme un seul de longueur double. On peut donc calculer la résistance éléctrique totale de la manière suivante :

$$R_C = \frac{2.5 \cdot 10^6\,\Omega\,\mathrm{m} \cdot (5\,\mathrm{mm} + 5\,\mathrm{mm})}{\pi \cdot 3^2\,\mathrm{mm}^2} = 0.88 \cdot 10^9\,\Omega = 0.88\,\mathrm{G}\Omega$$

On peut noter que $R_C = R_B + R_B$. On dit que les resistances sont **en série**. La résistance équivalente de deux éléments en série s'écrit comme la somme de chacun des éléments: $R_{eq} = R_1 + R_2$.

Dans le cas D, on remarque que les deux blocs pourraient en former un seul, s'ils étaient l'un contre l'autre. Ils doivent donc se comporter comme un seul bloc de même longueur, mais de section deux fois plus grande. La resistance équivalente s'écrit donc ainsi:

$$R_D = \frac{2.5 \cdot 10^6\,\Omega\,\mathrm{m} \cdot 10\,\mathrm{mm}}{2 \cdot 2\,\mathrm{mm} \cdot 3\,\mathrm{mm}} = 2.08 \cdot 10^9\ \Omega = 2.08\ \mathrm{G}\Omega$$

On peut noter que $R_D = \frac{R_A}{2}$. On dit que les résistances sont **en parallèle**. La résistance équivalente de deux éléments en parallèle s'écrit : $\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ (ce résultat sera présenté dans la suite du cours). On note que dans notre cas, $R_D = \frac{R_A \cdot R_A}{R_A + R_A} = \frac{R_A^2}{2 \cdot R_A} = \frac{R_A}{2}$, ce qui vérifie bien le résultat trouvé précédemment.