

Physique Générale A

Série d'exercices 6: Fin fluides, ondes - corrigé - 18 novembre 2025

1.) Artère et fluide visqueux

D. La loi de Poiseuille donne la résistance R_{fluide} à l'écoulement d'un fluide de viscosité η dans un tuyau de longueur L et rayon R :

$$R_{\text{fluide}} = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$$

On sait que R_{fluide} est relié au débit Q et à la différence de pression ΔP par

$$R_{\text{fluide}} = \frac{\Delta P}{Q}$$

On a donc le débit

$$Q = \frac{\Delta P}{R_{\text{fluide}}} = \frac{\Delta P \pi R^4}{8\eta L}$$

Le débit est donc proportionnel au rayon à la puissance 4. On voit donc que réduire le rayon de l'artère par 2, diminue le débit de sang d'un facteur $2^4 = 16$. De la même façon, afin de conserver un débit constant dans cette artère, le coeur devra fournir une différence de pression 16 fois plus élevée que pour une artère saine.

2.) Réservoir percé

A. Vrai. Puisque la section du trou est beaucoup plus petite que celle du réservoir. On applique l'équation de continuité entre un plan horizontal dans le réservoir et le trou. Le flux doit être identique, donc $v_R S_R = v_T S_T$. D'où: $v_T \gg v_R$.

B. Faux. Comme $v_T \gg v_R$, il est possible de négliger le terme de la densité d'énergie cinétique de l'eau dans le réservoir :

$$E_{k,R} = \frac{1}{2} \rho v_R^2$$

En utilisant l'équation de Bernoulli entre la surface de l'eau et le trou :

$$P_{\text{surface}} + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v_R^2 = P_T + \rho gh_T + \frac{1}{2} \rho v_T^2$$

où la densité de l'énergie cinétique de l'eau dans le réservoir est négligeable :

$$P_{\text{atm}} + \rho gh = P_{\text{atm}} + \frac{1}{2} \rho v_T^2$$

à partir de laquelle il est possible d'extraire :

$$v_T = \sqrt{2gh} = 7.75 \text{ m/s}$$

C. Vrai. Si la pression dans le réservoir est trois fois la pression atmosphérique, l'équation de Bernoulli change comme suit :

$$3P_{\text{atm}} + \rho gh = P_{\text{atm}} + \frac{1}{2} \rho v_T^2$$

à partir de laquelle :

$$v_T = \sqrt{\frac{4P_{\text{atm}}}{\rho} + 2gh} = 21.45 \text{ m/s}$$

D. Faux. Dans ce cas, d'après l'équation de Bernoulli, nous avons :

$$P_{\text{atm}} + \rho gh = P_{\text{atm}} + \frac{1}{2} \rho v_{\text{T}}^2 + \rho gh'$$

à partir de laquelle :

$$v_{\text{T}} = \sqrt{2g(h - h')} = 6.32 \text{ m/s}$$

Le mouvement le long de l'axe des y de chaque goutte peut être décrit avec l'équation :

$$y(t) = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

à partir de laquelle $0 = h' - \frac{1}{2}gt^2$, avec $t = \sqrt{\frac{2h'}{g}}$. Le long de l'axe des x, l'équation qui décrit le mouvement est $x(t) = x_0 + v_{\text{T}}t$, à partir de laquelle :

$$d = v_{\text{T}}t = \sqrt{2g(h - h')} \sqrt{\frac{2h'}{g}} = \sqrt{4h'(h - h')} = 2.8 \text{ m}$$

3.) Corde photographiée

- A. Faux. Le mouvement de la corde se répète après 40 cm. La longueur d'onde est donc 0.4 m.
- B. Vrai. On a: $v = \lambda f = 0.4 \cdot 600 = 240 \text{ m/s}$.
- C. Faux. L'onde suit une fonction sinusoïdale comme $y_m \sin(kx)$. y_{max} est la valeur maximum qu'on observe entre autres à $x = 0.1 \text{ m}$. Avec $k = 2\pi/\lambda$, nous avons alors $y_{\text{max}} = y_m \sin(\frac{2\pi}{0.4}0.1) = y_m \sin(\frac{\pi}{2}) = y_m$. Aussi, y_{min} est la valeur minimum que nous trouvons à $x = 0.3 \text{ m}$. Nous avons alors $y_{\text{min}} = y_m \sin(\frac{2\pi}{0.4}0.3) = y_m(-1)$. La forme sinusoïdale de l'onde impose donc $-y_{\text{max}} = y_{\text{min}}$.
- D. Vrai. Ci-dessus nous avons vu que l'onde suit une fonction sinusoïdale comme $y_m \sin(kx)$ avec y_m l'amplitude de l'onde. Nous avons aussi trouvé que $y_{\text{max}} = y_m$ et l'affirmation est donc vraie.

4.) Vitesse d'une onde sur une corde:

La vitesse de propagation d'une onde sur une corde tendue dépend de la tension F_T de la corde et de sa masse linéique μ :

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \quad (1)$$

- A. Faux. Augmenter la vitesse de votre geste diminuera de la même manière la longueur d'onde et la période, mais la vitesse de propagation restera la même puisque ni la tension ni la masse linéaire n'ont changé.
- B. Faux. Diminuer l'amplitude de votre geste diminuera seulement l'amplitude de l'onde.
- C. Vrai. Une corde moins lourde aura une masse linéique μ moins grande. La vitesse de propagation sera donc plus élevée et le temps qu'il faut pour que l'onde arrive au mur moins long.
- D. Vrai. Si l'on augmente la tension de la corde, la vitesse de propagation de l'onde sur la corde augmente aussi.

5.) Corde de guitare

Pour une corde de guitare (corde fixée aux extrémités), la vitesse d'une onde transverse est donnée par : $v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$. Nous savons aussi que $v = \lambda f$ donc $f = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$.

- A. Faux. La vitesse est: $v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{4 \text{ N}}{0.01 \text{ kg/m}}} = 20 \text{ m/s}$.
- B. Vrai. La fréquence est donnée par: $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{20}{0.05} = 400 \text{ Hz}$.
- C. Vrai. Avec $v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$, si μ décroît, alors v augmente.

D. Faux. La fréquence est donnée par

$$f = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{F_T} \frac{1}{\lambda \sqrt{\mu}}$$

et nous voyons donc que la fréquence va comme la racine carrée de la tension. Si la tension double, la fréquence augmente d'un facteur $\sqrt{2}$.

6.) Distance et niveau sonore

- A. Faux. On peut lire sur le diagramme de Fletcher et Munson que le niveau de 80 dB est inférieur au seuil de douleur pour toutes les fréquences audibles.
- B. Vrai. L'intensité sonore varie comme le carré de l'amplitude de l'onde.
- C. Vrai. Connaissant le niveau sonore, on déduit l'intensité sonore I comme :

$$\begin{aligned} 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) &= 80 \text{ dB} \\ I &= 10^8 I_0 = 10^8 10^{-12} = 10^{-4} \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

D. Faux. L'intensité serait doublé mais le niveau sonore serait donnée par :

$$10 \log\left(2 \cdot \frac{I}{I_0}\right) = 83 \text{ dB}$$

7.) Echographie et ultrasons

Réponse B.

- A. Faux. La limite supérieure des fréquences audibles est de 20 kHz. Par définition, les ultrasons ont une fréquence trop élevée pour être audible, c'est-à-dire au-delà de 20 kHz, soit 0.02 MHz. Les appareils d'échographie actuels fonctionnent généralement entre 1.5 et 20 MHz, soit bien au-delà des fréquences audibles.
- B. Vrai. Comme toutes les ondes sonores.
- C. Faux. Le coefficient de réflexion dépend fortement de la nature de l'interface (rein - graisse, muscle - os, etc.).
- D. Faux. Voir A.
- E. Faux. La vitesse de propagation d'une onde dépend des propriétés mécaniques du milieu dans lequel elle se propage et pas de la fréquence. La longueur d'onde est donnée par $\lambda = \frac{v}{f}$, où v est la vitesse de propagation et f la fréquence. Donc si v change, alors λ change aussi.

8.) Les trains qui passent

On utilise la formule principale pour l'effet Doppler:

$$f_o = f_s \left(\frac{v - v_o}{v + v_s} \right), \quad (2)$$

où f_o est la fréquence observée, f_s la fréquence source, v la vitesse du son dans le milieu, v_o la vitesse de l'observateur (positive si l'observateur se rapproche de la source) et v_s la vitesse de la source (positive si la source s'éloigne de l'observateur).

- A. Faux. Ce qui importe est que les deux trains se rapprochent du passager. La différence de fréquence perçue provient de leurs vitesses différentes (effet Doppler), pas du fait qu'ils arrivent en sens opposés.

- B. Vrai. Comme le passager est immobile, la fréquence perçue pour chaque train est $f_o = f_s \left(\frac{v}{v+v_s} \right)$. La longueur d'onde est reliée à la fréquence par la relation $\lambda_o = \frac{v}{f_o}$, donc

$$\lambda_o = \frac{v}{f_s} \frac{v+v_s}{v} \quad (3)$$

Comme les trains s'en rapprochent, on prend $v_s = -v_{1,2}$, donc

$$\lambda_{1,2} = \frac{v}{f_s} \frac{v-v_{1,2}}{v}. \quad (4)$$

Comme $v_1 > v_2$, $\lambda_1 < \lambda_2$.

- C. Vrai. Lorsque les trains s'éloignent, le Doppler fait diminuer la fréquence perçue. $f'_{1,2} = f_o \frac{v}{v+v_{1,2}} < f_o$.
- D. Vrai. Si le passager commence à courir avant le passage du train 2 avec $u = 2.7$ m/s vers le train, sa vitesse modifie le décalage Doppler et elle entend approximativement la même fréquence pour les deux trains :

$$f_1 = f_o \frac{v-u}{v-v_1} = 300 \cdot \frac{343-2.7}{343-30} \approx 326 \text{ Hz}, \quad f_2 = f_o \frac{v+u}{v-v_2} = 300 \cdot \frac{343+2.7}{343-25} \approx 326 \text{ Hz}.$$

9.) Echographie Doppler à ultrasons

On part de la formule principale pour l'effet Doppler:

$$f_o = f_s \left(\frac{v-v_o}{v+v_s} \right) \quad (5)$$

où les indices o et s font référence à l'observateur et à la source. De plus, on a que $v = v_{son}$ puisque l'onde se propage dans le sang.

Rappel : si l'observateur et la source s'éloignent, nous avons $v_s > 0$ et $v_o > 0$. S'ils se rapprochent, nous avons $v_s < 0$ et $v_o < 0$.

On écrit successivement la fréquence perçue et réfléchiée par les globules rouges (f_{gr}) puis celle reçue par l'appareil (f_r) selon le schéma de l'exercice :

$$\begin{aligned} f_{gr} &= f_s \left(\frac{v-v_{gr}}{v} \right) \\ f_r &= f_{gr} \left(\frac{v}{v+v_{gr}} \right) = f_s \left(\frac{v-v_{gr}}{v} \right) \left(\frac{v}{v+v_{gr}} \right) \\ &= f_s \left(\frac{v-v_{gr}}{v+v_{gr}} \right) \end{aligned}$$

Et on isole v_{gr} :

$$\begin{aligned} v_{gr}(f_s + f_r) &= v(f_s - f_r) \\ v_{gr} &= v \frac{f_s - f_r}{f_s + f_r} = 1500 \cdot \frac{5 \cdot 10^6 - 4.9987 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^6 + 4.9987 \cdot 10^6} = 0.2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

- C. Vrai. $v_{gr} = 0.2$ m/s.

10.) Équation de Bernoulli

- A. L'équation de continuité (conservation du débit) impose $A_1 v_1 = A_2 v_2$, donc $v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$.
- B. Le fluide étant incompressible, son volume est conservé. Initialement, le fluide occupe les régions 1 et 3, et à la fin, les régions 3 et 2. L'avancement du fluide est équivalent au transfert de la région 1 vers la région 2. Ces deux tranches ont donc le même volume : $V = A_1 \Delta l_1 = A_2 \Delta l_2$. Remarque : la masse de fluide dans ce volume est $m = \rho V$, où ρ est la masse volumique du liquide considéré.
- C. Comme pour la question précédente, l'avancement du fluide revient à substituer la région 2 à la région 1. Par conséquent, la variation d'énergie cinétique du fluide est la différence entre l'énergie cinétique de la région 2 après le mouvement, et de l'énergie cinétique de la région 1 avant le mouvement :

$$\Delta E_c = E_{c,2} - E_{c,1} = \frac{1}{2} \rho V v_2^2 - \frac{1}{2} \rho V v_1^2$$

- D. De manière similaire à la question précédente, la variation d'énergie potentielle du fluide est la différence entre l'énergie potentielle de la région 2 après le mouvement, et de l'énergie potentielle de la région 1 avant le mouvement :

$$\Delta E_p = E_{p,2} - E_{p,1} = \rho V g y_2 - \rho V g y_1$$

- E. L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle, donc il en est de même pour sa variation :

$$\Delta E_m = \Delta E_p + \Delta E_c = \frac{1}{2} \rho V v_2^2 + \rho V g y_2 - \left(\frac{1}{2} \rho V v_1^2 + \rho V g y_1 \right)$$

- F. Le fluide est soumis à la force de pression sur chaque surface. Sur les parois du tuyau, la force associée à la pression est perpendiculaire à la paroi, donc au déplacement du fluide. Le travail associé est donc nul. Le seul travail non-nul est celui de la force associée à la pression exercée par la tranche précédente de fluide, sur la surface A_1 du fluide, et par la tranche suivante du fluide, sur les surfaces A_1 et A_2 du fluide. Ce travail est le produit scalaire de la force (elle-même produit de la pression par la surface) par le déplacement. La force associée à la pression est perpendiculaire à la surface d'entrée, donc parallèle à la vitesse de déplacement, donc

$$W_P = P_1 A_1 \Delta l_1 - P_2 A_2 \Delta l_2 = P_1 V - P_2 V$$

- G. Outre la pression, le fluide n'est soumis qu'à son poids, qui est une force conservative. La variation d'énergie mécanique est donc égale au travail des forces associées à la pression : $\Delta E_m = W_P$, c'est-à-dire

$$\frac{1}{2} \rho V v_2^2 + \rho V g y_2 - \left(\frac{1}{2} \rho V v_1^2 + \rho V g y_1 \right) = P_1 V - P_2 V$$

Ou encore, en simplifiant par V et en réarrangeant les termes :

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2 + P_2$$

Le même raisonnement peut être reproduit pour toute paire de positions 1 et 2, donc, finalement,

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z + P = \text{constante}$$

On reconnaît l'équation de Bernoulli.

11.) **Exercice d'approfondissement, équation de d'Alembert :**

A. On remplace $y(x, t)$ par l'expression proposée, puis on dérive deux fois successivement:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y(x, t)}{dx^2} &= \frac{d^2 (y_m \sin(kx - \omega t))}{dx^2} \\ &= ky_m \frac{d(\cos(kx - \omega t))}{dx} \\ &= -k^2 y_m \sin(kx - \omega t) \\ &= -k^2 y(x, t) \end{aligned}$$

La dérivée seconde de $y(x, t)$ en fonction de la position x peut donc s'exprimer en fonction de $y(x, t)$ elle-même.

B. De même pour le membre de droite:

$$\begin{aligned} \frac{1}{v^2} \frac{d^2 y(x, t)}{dt^2} &= \frac{1}{v^2} \frac{d^2 (y_m \sin(kx - \omega t))}{dt^2} \\ &= -\frac{1}{v^2} \omega y_m \frac{d(\cos(kx - \omega t))}{dt} \\ &= -\frac{1}{v^2} \omega^2 y_m \sin(kx - \omega t) \\ &= -\frac{1}{v^2} \omega^2 y(x, t) \end{aligned}$$

C. Pour satisfaire l'équation, on doit avoir égalité entre le membre de gauche et celui de droite,

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dx^2} &= \frac{1}{v^2} \frac{d^2 y}{dt^2} \\ -k^2 y(x, t) &= -\frac{1}{v^2} \omega^2 y(x, t) \end{aligned}$$

Soit, si y n'est pas nulle en tout x et en tout t :

$$\begin{aligned} v^2 &= \frac{\omega^2}{k^2} \\ v &= \frac{\omega}{k} \end{aligned}$$

car on cherche ici des grandeurs positives. Cette expression s'appelle la relation de dispersion, elle lie les grandeurs temporelles et spatiales caractéristiques de l'onde, à travers sa vitesse de propagation dans le milieu.

12.) **Effet Doppler**

A. Pour arriver jusqu'au récepteur, le front d'onde se propage sur la distance L plus la distance parcourue par le récepteur après t_1 . Aussi, le front se déplace avec une vitesse \vec{V} et la distance parcourue est donnée par la vitesse fois le temps t_1 . Ces deux distances sont identiques, donc nous avons :

$$L + V_o t_1 = V t_1$$

B. Par manipulation algébrique, nous trouvons :

$$t_1 = \frac{L}{V - V_o}$$

- C. Lors de l'émission du deuxième front d'onde, la source a bougé et se trouve à la position $A + V_s t_2$. Le récepteur reçoit le front au temps t_3 et lorsqu'il se trouve à la position $B + V_o t_3$, la distance parcourue par le front d'onde suivant ces quantités vaut $(B + V_o t_3) - (A + V_s t_2)$. Le front se propageant à nouveau à vitesse \vec{V} , on peut à nouveau exprimer cette distance parcourue comme le produit de la vitesse et de l'intervalle du temps de propagation. Comme il s'agit de la même distance exprimée de deux manières différentes, nous avons :

$$\begin{aligned}(B + V_o t_3) - (A + V_s t_2) &= V(t_3 - t_2) \\ L + V_o t_3 - V_s t_2 &= V(t_3 - t_2)\end{aligned}\tag{6}$$

- D. En factorisant les variable de temps nous trouvons :

$$L + t_3(V_o - V) = t_2(V_s - V)$$

et donc

$$t_3 = \frac{t_2(V_s - V) - L}{V_o - V}$$

- E. Reprenant le résultat de B. et D., nous avons

$$\begin{aligned}\Delta t_o &= \frac{t_2(V_s - V) - L}{V_o - V} - \frac{L}{V - V_o} \\ &= \frac{t_2(V_s - V)}{V_o - V} + \frac{-L}{V_o - V} + \frac{L}{V_o - V} \\ &= \Delta t_s \frac{V_s - V}{V_o - V}\end{aligned}$$

- F. La fréquence d'une onde est donnée par le nombre de fronts par seconde. On en déduit :

$$\frac{N}{\Delta t_s} = f_s$$

Comme N est identique pour la source et le récepteur, nous avons :

$$f_s \Delta t_s = N = f_o \Delta t_o$$

. En isolant, f_o , nous trouvons :

$$f_o = f_s \frac{\Delta t_s}{\Delta t_o}$$

- G. Nous pouvons généraliser la relation entre un intervalle de temps pour 2 fronts d'onde à N fronts d'onde et nous utilisons la relation entre l'intervalle d'émission et de reception trouvé au point E. Nous pouvons alors écrire la fréquence de reception comme :

$$f_o = f_s \frac{\Delta t_s}{\Delta t_o} = f_s \frac{V_o - V}{V_s - V} = f_s \frac{V - V_o}{V - V_s}$$

Remarque: nous avons défini les vitesses de la source et de l'observateur selon le même axe \vec{x} . Si nous définissons la vitesse de la source en sens opposé, nous retrouvons la formule donnée durant le cours: $f_o = f_s \frac{V - V_o}{V + V_s}$.