

Physique Générale A

Série d'exercices 10: Électrostatique II - corrigé - 20 janvier 2026

1.) Dipôle dans un champ électrique

Réponse D. Examinons chaque affirmation individuellement :

- A. La charge positive d'un dipôle dans un champ électrique uniforme \vec{E} subit toujours une force \vec{F}_+ (dans le sens de \vec{E}) et la charge négative une force \vec{F}_- (dans le sens opposé de \vec{E}). La force totale (d'origine électrique) sera toujours nulle puisque $\vec{F}_+ = -\vec{F}_-$. Donc la proposition est fausse.
- B. Le moment de force $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ subi par le dipôle est nul lorsqu'il est aligné dans la direction du champ électrique. Cependant, pour toutes les autres orientations, le moment de force est non nul. Donc cette proposition est fausse.
- C. Il y a deux orientations du dipôle par rapport au champ pour lesquels le moment de force est nul; dipôle parallèle (équilibre stable) ou antiparallèle (et donc instable) au champ électrique. Pour toutes les autres orientations, le moment de force sera non nul donc le dipôle se mettra en rotation. Plus rigoureusement :

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \Rightarrow \tau = p \cdot E \cdot \sin \theta$$

où θ est l'angle entre le dipôle \vec{p} et le champ \vec{E} ; τ est donc nul lorsque θ vaut 0° ou 180° . Donc cette proposition est également fausse.

- D. Le moment de force est nul lorsque le dipôle est parallèle au champ électrique c'est-à-dire quand $\tau = 0$. $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \Rightarrow \tau = p \cdot E \cdot \sin \theta$. C'est sa situation d'équilibre. **Donc cette proposition est vraie et c'est la bonne réponse.**
- E. L'énergie potentielle du dipôle est minimale lorsqu'il est parallèle (et dans le même sens) que le champ électrique \vec{E} , c'est-à-dire à l'équilibre stable. Donc cette proposition est fausse.

2.) Énergie potentielle de dipôles

Réponse B.

L'énergie potentielle U d'un dipôle électrique \vec{p} dans un champ électrique \vec{E} est donnée par le produit scalaire :

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE \cos(\theta)$$

où p est la norme du moment dipolaire, (dirigé de la charge négative vers la charge positive), E est la norme du champ électrique et θ est l'angle entre le vecteur moment dipolaire \vec{p} et le vecteur champ électrique \vec{E} .

Comme les dipôles sont identiques, p est constant pour tous les dipôles. De plus, le champ électrique \vec{E} est également constant. Par conséquent, l'énergie potentielle dépend uniquement de l'angle θ entre le dipôle et le champ électrique.

Analysons l'angle θ et l'énergie pour chaque cas :

- (a) $U_a = -pE \cos(180^\circ) = +pE$
- (b) $U_b = -pE \cos(45^\circ) = -\frac{pE}{\sqrt{2}}$
- (c) $U_c = -pE \cos(135^\circ) = +\frac{pE}{\sqrt{2}}$
- (d) $U_d = -pE \cos(0^\circ) = -pE$
- (e) $U_e = -pE \cos(90^\circ) = 0$

(f) $U_f = -pE \cos(90^\circ) = 0$

Finalement, nous avons $U_a > U_c > U_e = U_f > U_b > U_d$.

3.) Sphères chargées

Réponse D.

Dans la situation 1, on peut voir que les charges ne se répartissent pas uniformément sur la sphère A. Elle est donc isolante. Dans la situation 2, des charges quittent la sphère A et se répartissent sur la sphère B. Elle est donc métallique.

4.) Condensateur plan

- A. Vrai. La différence de potentiel augmente : $\Delta V = (Qd)/(A\epsilon_0) = Q/C$. Si d augmente, ΔV augmente. On peut aussi raisonner en considérant que le champ électrique E ne dépend pas de la distance entre les plaques et que donc $\Delta V = dE$ augmente si d augmente.
- B. Faux. Le champ électrique reste constant, il ne dépend pas de la distance entre les plaques mais uniquement de la surface des plaques et de leur charge : $E = \sigma/\epsilon_0 = Q/(A\epsilon_0)$.
- C. Faux. Comme la charge et la surface du condensateur ne changent pas, la densité surfacique de charge reste constante.
- D. Vrai. Comme on fournit de l'énergie pour écarter les plaques (elles portent des charges opposées), l'énergie emmagasinée augmente. En effet, l'énergie est liée à la charge et au potentiel par la relation $E_p = QV/2$. À Q constant, si on éloigne les deux plaques d'un condensateur, V augmentera, donc E_p aussi.

5.) Plaques chargées

On rappelle que dans le cas d'une symétrie plane, en un point donné, le vecteur du champ électrique engendré par une plaque chargée ne dépend pas de la distance à la plaque mais dépend uniquement de la densité de charge σ et de son signe par la relation suivante :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{u}_\perp,$$

où \vec{u}_\perp est un vecteur unitaire orthogonal à la surface de la plaque dirigé vers le point en question. Ainsi, on retrouve que le champ d'une plaque chargée est uniforme et :

- s'éloigne de la plaque, dans le cas d'une densité de charge positive, ou
- s'approche de la plaque, dans le cas d'une densité de charge négative.

Ainsi, on représente chaque plaque avec une couleur particulière et le champ électrique qu'elle engendre dans les différentes régions par des flèches de la même couleur tel qu'illustré en Fig. 1. Comme la valeur absolue des densités de charge sont identiques, la norme du champ représentée par chaque flèche est identique. Enfin, puisque le champ électrique est additif et que l'on cherche les régions à champ résultant nul, ces dernières sont celles présentant autant de flèches pointant à gauche qu'à droite.

- A. Faux. Le champ est nul à gauche et à droite.
- B. Faux. Il n'est pas possible d'avoir un champ nul dans cette configuration de densités de charge.
NB : Si la plaque centrale avait porté une densité de charge $+2\sigma$, alors la région à l'extrémité gauche et droite aurait été avec champ nul.
- C. Vrai. On remarque que cette configuration correspond à une chaîne de deux cas A.
- D. Faux. Dans cette configuration, seules les zones aux extrémités gauche et droite ont un champ nul.

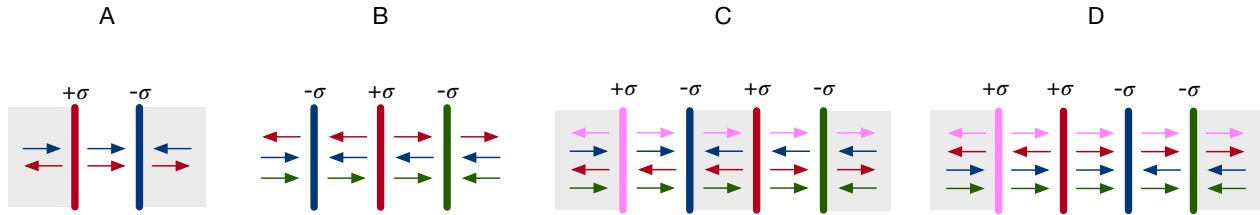


Figure 1: Lignes de champ engendrées par plaques chargées.

6.) Condensateur et diélectrique

- A. Vrai. $E_2 = E_1/\epsilon_r = E_1/2 \Rightarrow E_1 = 2 E_2$.
- B. Vrai. $V = Ed \Rightarrow V_1 = E_1d = 2 E_2d = 2 V_2$.
- C. Faux. $C_1 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$ et $C_2 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} \Rightarrow C_2 = 2 C_1$.
- D. Vrai. $E_{p,1} = \frac{Q_1^2}{2C_1}$ et $E_{p,2} = \frac{Q_2^2}{2C_2}$. Comme $Q_1 = Q_2$ et $C_2 = 2C_1$, il vient que $E_{p,1} = 2E_{p,2}$.

7.) Quatre condensateurs couplés

- A. Vrai. $C_{eq} = C_{23} = C_2 + C_3 = 3 \text{ mF}$ (les capacités en parallèle s'additionnent).
- B. Vrai. Si on dépose N charges positives $+Q$ sur l'armature droite de C_4 , cela attirera N charges négatives $-Q$ sur l'armature gauche de C_4 car le condensateur reste globalement neutre. Par neutralité, N charges positives $+Q$ seront repoussées sur l'armature droite de la capacité équivalente C_{eq} . Ces N charges positives $+Q$ attireront N charges négatives $-Q$ sur l'armature gauche de C_{eq} et ainsi de suite. Donc la charge sur C_1 est la même que la charge sur C_4 .
- C. Vrai. La tension aux bornes de C_1 vaut 3 V, la charge sera donc :

$$Q_1 = C_1 \cdot V_1 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ F} \cdot 3 \text{ V} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ C}.$$

- D. Vrai. Deux éléments en parallèle ont une même tension à leurs bornes $\Rightarrow V_2 = V_3$.

8.) Condensateurs en série

- A. Vrai. La capacité équivalente de deux condensateurs en série est donnée par :

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_{eq}} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \\ &= \frac{1}{1 \cdot 10^{-6} \text{ F}} + \frac{1}{0.25 \cdot 10^{-6} \text{ F}} &\Rightarrow C_{eq} &= \frac{1}{5 \cdot 10^6 \text{ F}^{-1}} = 0.2 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 0.2 \text{ } \mu\text{F}. \\ &= 1 \cdot 10^6 \text{ F}^{-1} + 4 \cdot 10^6 \text{ F}^{-1} = 5 \cdot 10^6 \text{ F}^{-1} \end{aligned}$$

- B. Faux. Lorsque la source impose une tension V_0 , elle dépose une charge $+Q$ sur la plaque gauche de C_1 et une charge $-Q$ sur la plaque droite de C_2 . Les deux plaques intérieures (la plaque droite de C_1 et la plaque gauche de C_2) forment un nœud isolé qui ne peut échanger de charge avec l'extérieur. Par conséquent elles se chargent de façon égale et de signes opposés du fait de la conservation de la charge, de sorte que la charge portée par chaque condensateur est la même : $Q_1 = Q_2$.
- C. Vrai. La charge sur la capacité équivalente est la même que la charge sur chacune des deux capacités en série : $Q_1 = Q_2$, comme évoqué précédemment. Or si l'on considère le condensateur équivalent Q_{eq} on a :

$$Q_1 = Q_2 = Q_{eq} = C_{eq} \cdot V_0 = (0.2 \cdot 10^{-6} \text{ F}) \cdot (1 \text{ V}) = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}.$$

- D. Vrai. La tension V_1 aux bornes de C_1 vaut $V_1 = Q_1/C_1 = (2 \cdot 10^{-7} \text{ C})/(1 \cdot 10^{-6} \text{ F}) = 0.2 \text{ V}$.

9.) Modélisation d'une cellule

- A. On indique que le potentiel de la surface intérieure (LIC) de la membrane est négatif et que le potentiel de la surface extérieure (LEC) est nul. Cela signifie que l'on a des charges positives sur cette surface et des charges négatives sur la surface intérieure. Remarque : Le champ E va du signe plus au signe moins. Comme $E = -\frac{dV}{dx}$, les charges positives sont là où le potentiel est le plus élevé et les charges négatives là où le potentiel le plus bas.
- B. En présence d'une couche diélectrique (la membrane), la capacité d'un condensateur plan est donnée par :

$$\begin{aligned} C &= \frac{A \epsilon_0 \epsilon_r}{d} \\ &= \frac{10^{-9} \text{ m}^2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1} \cdot 3}{5 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \\ &= 5.31 \cdot 10^{-12} \text{ F}. \end{aligned}$$

- C. La capacité et la tension étant connues, la charge sur la membrane est donnée par :

$$Q = C \cdot \Delta V = (5.31 \cdot 10^{-12} \text{ F}) \cdot (0.07 \text{ V}) = 3.72 \cdot 10^{-13} \text{ C},$$

où ΔV est la différence de potentiel entre la surface positive et la surface négative. Puisqu'un ion Na^+ a une charge positive de e , connaissant la charge Q , le nombre d'ions est :

$$N_{\text{Na}^+} = \frac{Q}{e} = \frac{3.72 \cdot 10^{-13} \text{ C}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 2.32 \cdot 10^6 \text{ ions}.$$

Cela donne donc un total de 2.3 millions d'ions Na^+ .

- D. L'énergie potentielle contenue dans un condensateur est donnée par la relation $E_p = C\Delta V^2/2$, ce qui donne pour la membrane :

$$E_p = \frac{1}{2} C \Delta V^2 = \frac{1}{2} (5.31 \cdot 10^{-12} \text{ F}) (0.07 \text{ V})^2 \simeq 1.3 \cdot 10^{-14} \text{ J}.$$

10.) Effet de pointe

- A. Considérons deux points A et B à l'intérieur du conducteur. La différence de potentiel entre A et B est définie par :

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{ds}.$$

Comme $\vec{E} = 0$ partout à l'intérieur d'un conducteur, l'intégrale vaut zéro :

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{ds} = 0,$$

ce qui implique $V_B - V_A \Rightarrow V_B = V_A$, c'est-à-dire que le potentiel est identique pour ces deux points. A et B pouvant être placés n'importe où dans le conducteur, il en découle que le potentiel électrique est uniforme.

N.B. On peut aussi utiliser la relation $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$, et comme le gradient de V est nul, alors V est uniforme.

- B. La relation suivante décrit pour une charge ponctuelle Q la dépendance du potentiel électrique en fonction de l'éloignement r :

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}.$$

Ainsi, à la surface de la sphère 1, le potentiel électrique vaut donc :

$$V_1(R_1) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{R_1}.$$

On ne connaît pas la charge Q_1 , mais on nous donne la densité surfacique de charge σ_1 , qui permet de déduire la surface de la sphère 1 $A_1 = 4\pi R_1^2$, et donc de retrouver la charge $Q_1 = A_1 \cdot \sigma_1 = 4\pi R_1^2 \sigma_1$. Ainsi :

$$V_1(R_1) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\pi R_1^2 \sigma_1}{R_1} = \frac{\sigma_1 R_1}{\epsilon_0}.$$

En appliquant le même raisonnement pour l'autre sphère, on trouve que $V_2(R_2) = \frac{\sigma_2 R_2}{\epsilon_0}$.

- C. Lorsqu'on connecte électriquement les deux sphères, cet ensemble ne forme alors plus qu'un seul conducteur, ce qui implique l'égalité de leur potentiel électrique : $V_1(R_1) = V_2(R_2)$.
- D. Par simplicité, on notera ci-dessous $V_1 = V_1(R_1)$ et $V_2 = V_2(R_2)$. Comme $V_1 = V_2$, alors :

$$\begin{aligned} V_1 &= V_2 \\ \frac{\sigma_1 R_1}{\epsilon_0} &= \frac{\sigma_2 R_2}{\epsilon_0} \\ \sigma_1 R_1 &= \sigma_2 R_2 \\ \frac{\sigma_1}{\sigma_2} &= \frac{R_2}{R_1}. \end{aligned}$$

On constate ainsi que pour $R_2 < R_1$, $\sigma_2 > \sigma_1$. Cette densité de charges plus importante sur la sphère de moindre rayon y implique un champ électrique plus intense (ainsi qu'une densité de lignes de champ plus forte) qui est l'effet de pointe.