

Estimation

Instructions:

Chaque dia contient une question. Réfléchissez à la réponse qui vous semble juste, ensuite cliquez pour que la réponse apparaisse.

Rappel: l'examen se fera sous forme de questions à choix multiple (QCM)

Vrai ou faux ?

- 1) La zone de rejet dans le test du Chi-2 dépend de la taille de l'échantillon
- 2) Pour les tests du Chi-2 et de Student, si l'hypothèse **nulle** est **vraie**, j'ai plus de chance de la rejeter avec un échantillon de 1000 participants qu'avec un échantillon de 100 participants
- 3) Pour les tests du Chi-2 et de Student, si l'hypothèse **nulle** est **fausse**, j'ai plus de chance de la rejeter avec un échantillon de 1000 participants qu'avec un échantillon de 100 participants
- 4) Si le résultat d'un test du Chi-2 est une valeur $p=0,78$, le test a pu commettre une erreur de type 1

- 1) FAUX. La zone de rejet dans le test du Chi-2 ne dépend que des dimensions du tableau de données.
- 2) FAUX. Quelle que soit la taille de l'échantillon, la zone de rejet est déterminée de sorte que l'erreur de type 1 est 5%. Avec un échantillon de 100 ou 1000 participants, lorsque l'hypothèse nulle est vraie, le test a 5% de chance de la rejeter.
- 3) VRAI. La puissance statistique d'un test (probabilité de rejeter H_0 lorsque H_a est vraie) augmente avec la taille de l'échantillon.
- 4) FAUX. Une erreur de type 1 consiste à rejeter H_0 alors que H_0 est vraie. Ici, H_0 n'est pas rejetée puisque la valeur p est plus grande que 0,05. La seule erreur qui a pu être commise est une erreur de type 2 (accepter H_0 alors que H_a est vraie).

Un essai randomisé vise à démontrer l'efficacité d'un nouveau traitement anti-cholestérol. 150 patients participent à l'étude. La moitié des patients reçoivent le nouveau traitement et l'autre moitié un placebo. Après 3 mois de traitement, le taux de cholestérol est mesuré. Les moyennes estimées du taux sont :

- Groupe « placebo »: 2,35 g/L
- Groupe « nouveau traitement »: 2,15 g/L

Sachant que l'erreur type de la différence de moyennes est 0,05, interprétez ces résultats. Que pouvez-vous conclure sur l'efficacité du nouveau traitement testé ?

La différence entre les moyennes estimées est 0,20: le taux de cholestérol moyen est plus bas de 0,20 g/L chez les patients ayant reçu le nouveau traitement. Ce résultat ne permet pas à lui seul de conclure sur l'efficacité du traitement car cette différence pourrait être expliquée par l'aléa de l'échantillonnage, même si le traitement n'était pas efficace. Il faut faire un test statistique pour pouvoir conclure sur une différence entre les paramètres « Taux moyen de cholestérol » des 2 populations (traités versus placebo).

Comme on compare des moyennes, le test approprié est le test de Student:

- 1) Hypothèse nulle: égalité des paramètres « Taux moyen de cholestérol » dans les 2 populations comparées
- 2) Statistique de test : $t = (2,35 - 2,15) / 0,05 = 0,20 / 0,05 = 4$
- 3) t est dans la région de rejet de H_0 car $t > 2$: la différence est statistiquement significative
- 4) On rejette l'hypothèse H_0 : on conclut que le paramètre « Taux moyen de cholestérol » n'est pas le même avec le nouveau traitement qu'avec le placebo. Comme la différence est en faveur du nouveau traitement, on conclut qu'il est efficace.

Dans un échantillon d'étudiant-es, on étudie l'association entre le niveau de santé auto-évalué et le statut tabagique. Les résultats étaient les suivants (les ex-fumeurs(ses) ne sont pas rapportés ici):

	Statut tabagique		Total
	Fumeur.se	Non fumeur.se	
<i>Bonne, très bonne ou excellente santé</i>	25	243	268
<i>Moyenne ou mauvaise santé</i>	5	30	35

Quelles sont les proportions d'étudiant(e)s avec un niveau de santé auto-évaluée bon à excellent en fonction du statut tabagique? Donnez les intervalles de confiance à 95% (IC95%) de ces proportions.

Dans le groupe « Fumeur(se) »:

- la proportion d'étudiants avec une bonne, très bonne ou excellente santé est $25/(25+5) = 25/30 = 0,833$ ou 83,3%.
- L'IC95% est $0,833 \pm 2 * \text{racine carrée de } 0,833 * (1-0,833)/30$, soit $0,833 \pm 2 * 0,068$
- IC95%= 0,697 à 0,969, soit 69,7% à 96,9%

Dans le groupe « Non fumeur(se) »:

- la proportion d'étudiants avec une bonne, très bonne ou excellente est $243/(243+30) = 243/273 = 0,890$ ou 89,0%.
- L'IC95% est $0,890 \pm 2 * \text{racine carrée de } 0,890 * (1-0,890)/273$, soit $0,890 \pm 2 * 0,019$
- IC95%= 0,852 à 0,928, soit de 85,2% à 92,9%

En reprenant les mêmes données que dans la slide précédente, appliquez le test du Chi-deux pour étudier l'association entre le statut tabagique et le niveau de santé auto-évalué:

- A- Donner l'hypothèse nulle H_0
- B- Calculer les effectifs théoriques
- C- Calculer la statistique de test
- D- Interpréter la statistique de test (en utilisant la région de rejet de la dia 33)
- E- Est-ce que le test de Fisher serait ici plus approprié que le test du Chi-2 ?

A- En notant $\Pi_{\text{fumeur(se)}}$ (probabilité qu'un(e) étudiant(e) fumeur(se) soit en bonne/très bonne/excellente santé) $\Pi_{\text{non fumeur(se)}}$ (probabilité qu'un(e) étudiant(e) non fumeur(se) soit en bonne/très bonne/excellente santé) les paramètres dans les deux groupes, l'hypothèse nulle est: $H_0: \Pi_{\text{fumeur(se)}} = \Pi_{\text{non fumeur(se)}}$

B- Si l'hypothèse nulle était vraie, on s'attendrait à observer la même proportion ($268/303=0,884$, soit 88,4%) de personnes en bonne/très bonne/excellente santé dans les 2 groupes. Les effectifs théoriques sont donc:

Effectifs théoriques:

	Statut tabagique	
	Fumeur.se	Non fumeur.se
Bonne, très bonne ou excellente santé	$0,884*30=26,5$	$0,884*273=241,3$
Moyenne ou mauvaise santé	$0,116*30=3,5$	$0,116*273=31,7$

C- La statistique de test est: $\chi^2=(25-26,6)^2/26,6+(5-3,5)^2/3,5+(243-241,3)^2/241,3+(30-31,7)^2/31,7=0,8$

D- La région de rejet est définie par la valeur seuil 3.84. Comme la statistique de test est plus petite que cette valeur seuil, elle tombe dans la région de non rejet de H_0 . Donc on ne rejette pas H_0 , : ces données ne mettent pas en évidence une différence de probabilité qu'un(e) étudiant(e) soit en très bonne ou excellente santé selon qu'il.elle fume ou pas.

E- Comme un des effectifs théoriques est plus petits que 5, le test de Fisher serait plus approprié que le test du Chi-2. En appliquant le test de Fisher, la valeur p ($p=0,37$) est toutefois proche de celle du test du Chi-2 ($p=0,36$). Vous ne pouvez pas calculer ces valeurs p à la main.

Dans une étude de 200 sujets, l'effet de 2 traitements contre la douleur, est comparé. On observe une différence de moyenne de 1,8. L'erreur type de la différence de moyenne est 1,2.

- 1) Sans la calculer, que pouvez-vous dire de la valeur p du test de Student ?
- 2) En augmentant la taille d'échantillon à 400, on observe la même différence (1,8), mais l'erreur type est cette fois 0,6. Que pouvez-vous dire de la valeur p ? Est-elle plus grande ou plus petite que dans la question 1)? (on ne vous demande pas de calculer la valeur p)

- 1) La statistique de test vaut $1,8/1,2=1,5$. Elle est dans la région d'acceptation de H_0 , donc la valeur p est plus grande que 0,05.
- 2) La statistique de test vaut $1,8/0,6=3,0$. Elle est plus éloignée de 0 que dans 1), donc la valeur p est plus petite que dans 1). De plus, la statistique de test est dans la région de rejet de H_0 , donc la valeur p est plus petite que 0,05.

Dans une étude de 100 sujets, l'effet de 2 traitements contre le cholestérol est comparé. La valeur p du test de Student comparant le taux moyen de cholestérol HDL entre les 2 traitements est 0,042.

- 1) Est-ce que j'ai pu commettre une erreur de type I ?
- 2) Est-ce que j'ai pu commettre une erreur de type II ?

- 1) Oui. Il est possible d'avoir été victime d'une erreur de type I (rejeter l'hypothèse nulle alors qu'en réalité elle est vraie).
- 2) Non. L'erreur de type II consiste à ne pas rejeter l'hypothèse nulle alors qu'en réalité elle est fautive. Ici, l'hypothèse nulle est rejetée.

De manière générale (pour tous les tests):

- lorsque l'hypothèse nulle est rejetée, la seule erreur qui a pu être commise est l'erreur de type I
- lorsque l'hypothèse nulle est acceptée, la seule erreur qui a pu être commise est l'erreur de type II